

I KOLOKVIJUM IZ ANALITIČKE GEOMETRIJE

11.5.2013.

Zadatak 1 (5 p) Simetrala kod temena B seče stranicu \overline{AC} trougla $\triangle ABC$ u tački E . Ako je $\angle BEA = 45^\circ$, a tačka H podnožje visine iz temena A na stranicu \overline{BC} dokazati da je $\angle EHC = 45^\circ$. (Zadatak isključivo rešavati metodom koordinata)

Zadatak 2 (10 p) Na stranicama trougla $\triangle ABC$ konstruisani su kvadrati $\square AA_1B_2B$, $\square BB_1C_2C$ i $\square CC_1A_2A$. Dokazati da je

$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}.$$

Zadatak 3 (5 p) Data su dva pravouglav Dekartova koordinatna sistema $Oxyz$ i $O'x'y'z'$ iste orijentacije. Osa $O'x'$ ima pravac i smer vektora $\overrightarrow{O'O}$, osa $O'y'$ seče osu Oy u tački B i ima pravac i smer vektora $\overrightarrow{O'B}$, a novi početak je $O'(2, 1, 2)$. Naći veze izmedju koordinata proizvoljne tačke izmedju ova dva sistema.

Zadatak 4 (10 p) Date su prave:

$$(l_1) : \begin{cases} x + 2z - 7 = 0, \\ y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$$

i prava

$$(l_2) : \frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}.$$

Naći pravu l koja prolazi kroz tačku $M(2, 2, -2)$ i seče prave l_1 i l_2 .

I KOLOKVIJUM IZ ANALITIČKE GEOMETRIJE

11.5.2013.

Zadatak 1 (5 p) Zbir kvadrata rastojanja bilo koje tačke T kružnice $k(S, r)$ od vrhova jednakos-traničnog trougla $\triangle ABC$ upisanog u tu kružnicu konstantna je veličina. Dokazati. (Zadatak isključivo rešavati metodom koordinata)

Zadatak 2 (10 p) Data su tri nekomplanarna vektora $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$. Neka je S centar sfere koja sadrži tačke O, A, B, C . Izraziti vektor \overrightarrow{OS} u funkciji od vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Zadatak 3 (5 p) Napisati formule transformacije koordinata za dva pravouglav Dekartova koordinatna sistema $Oxyz$ i $Ox'y'z'$ sa zajedničkim početkom, ako važi

$$\cos \angle(Ox, Ox') = \frac{1}{3}, \quad \cos \angle(Ox, Oy') = -\frac{2}{3}, \quad \cos \angle(Oy, Ox') = -\frac{2}{3},$$

i $\angle(Ox, Oz') < \frac{\pi}{2}$, $\angle(Oy, Oy') > \frac{\pi}{2}$.

Zadatak 4 (10 p) Prava l prolazi kroz tačku $M(3, -2, -4)$, paralelna je sa ravni

$$\beta : 3x - 2y - 3z - 7 = 0$$

i seče pravu

$$(l') : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}.$$

Naći jednačinu ravni α koju određuju prave l i l' .

I KOLOKVIJUM IZ ANALITIČKE GEOMETRIJE

11.5.2013.

Zadatak 1 (5 p) Neka je \overline{CD} visina jednakokrakog $\triangle ABC$ i neka je \overline{DE} visina trougla $\triangle CBD$, a P sredina te visine. Dokazati da je $\overline{AE} \perp \overline{CP}$. (Zadatak isključivo rešavati metodom koordinata)

Zadatak 2 (10 p) Dati su vektori \vec{u} i \vec{v} i skalar $\lambda \in \mathbb{R}$. Odrediti vektor \vec{x} takav da važi $\vec{u} \cdot \vec{x} = \lambda$ i $\vec{u} \times \vec{x} = \vec{v}$.

Zadatak 3 (5 p) Formulama $x = -1 + \sqrt{3}x' + y'$, $y = 2 + x' + \sqrt{3}y'$ izražavaju se veze između koordinata proizvoljne tačke u odnosu na sisteme Oxy i $O'x'y'$ koji su iste orijentacije. Ugao između koordinatnih osa prvog je $\frac{5\pi}{6}$. Odrediti koordinate tačke (x_0, y_0) početka O' sistema $O'x'y'$ u odnosu na Oxy , ugao $\angle(Ox, O'x')$ i ugao $\angle(O'x', O'y')$.

Zadatak 4 (10 p) Date su prave:

$$(l_1) : \begin{cases} x + 2z - 7 = 0, \\ y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$$

i prava

$$(l_2) : \frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}.$$

Naći pravu l koja prolazi kroz tačku $M(2, 2, -2)$ i seče prave l_1 i l_2 .

I KOLOKVIJUM IZ ANALITIČKE GEOMETRIJE

11.5.2013.

Zadatak 1 (5 p) Data su tri povezana kvadrata $\square ABCD$, $\square BCEF$, $\square EFGH$. Dokazati da važi

$$\angle DCA + \angle DEA + \angle DHA = 90^\circ.$$

Zadatak 2 (10 p) Data su tri nekomplanarna vektora $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$. Neka je S centar sfere koja sadrži tačke O, A, B, C . Izraziti vektor \overrightarrow{OS} u funkciji od vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Zadatak 3 (10 p) Data su dva Dekartova koordinatna sistema $Oxyz$ i $Ox'y'z'$ sa zajedničkim početkom. Prvi sistem je kosougli sa koordinatnim uglovima od $\frac{\pi}{3}$, a drugi pravougli. Ose Ox i Ox' se poklapaju, osa Oy' leži u ravni Oxy i sa osom Oy zaklapa oštar ugao, dok su ose Oz i Oz' usmerene na istu stranu ravni Oxy . Napisati formule transformacije koordinata.

Zadatak 4 (5 p) Naći zajedničku normalu pravih

$$(a) : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t + 1 \end{cases} \quad (b) : \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 2z + 4 = 0 \end{cases}$$