

1 Sličnost

Teorema 1.1 (Talesova teorema) *Paralelne prave a i b na krakovima ugla $\angle pOp_0$ odsecaju proporcionalne duži.*

Stav 1.1 (U-U-U stav o sličnosti) *Dva trougla su slična ako su im sva tri ugla jednaka.*

Stav 1.2 (S-S-S stav o sličnosti) *Dva trougla su slična ako su im odgovarajuće stranice proporcionalne.*

Stav 1.3 (S-U-S stav o sličnosti) *Dva trougla su slična ako su im dva para stranica proporcionalna, a uglovi medju njima jednaki.*

Stav 1.4 (S-S-U stav o sličnosti) *Dva trougla su slična ako su im dva para stranica proporcionalna, a uglovi nasuprot većih stranica jednaki.*

Teorema 1.2 (Čevina teorema) *Neka su A_1, B_1, C_1 tačke pravih odredjenih stranicama $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ trougla $\triangle ABC$. Prave AA_1, BB_1, CC_1 pripadaju jednom pramenu ako i samo ako je*

$$\frac{\overline{AC_1}}{\overline{C_1B}} \cdot \frac{\overline{BA_1}}{\overline{A_1C}} \cdot \frac{\overline{CB_1}}{\overline{B_1A}} = 1.$$

Teorema 1.3 (Menelajeva teorema) *Neka su tačke B_1 i C_1 na stranicama \overline{AC} i \overline{AB} , a tačka A_1 na produžetku stranice \overline{BC} trougla $\triangle ABC$. Tačke A_1, B_1, C_1 su kolinearne ako i samo je*

$$\frac{\overline{AC_1}}{\overline{C_1B}} \cdot \frac{\overline{BA_1}}{\overline{A_1C}} \cdot \frac{\overline{CB_1}}{\overline{B_1A}} = 1.$$

Teorema 1.4 (Ptolomejeva teorema) *Neka je $\square ABCD$ tetivan četvorougao. Tada je proizvod njegovih dijagonala jednak zbiru proizvoda njegovih naspramnih stranica, tj.*

$$\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{BC} \cdot \overline{AD}.$$

Teorema 1.5 (Stjuartova teorema) *Ako je X proizvoljna tačka stranice \overline{BC} trougla $\triangle ABC$, tada je*

$$\overline{AX}^2 = \frac{\overline{CX}}{\overline{BC}} \overline{AB}^2 + \frac{\overline{BX}}{\overline{BC}} \overline{AC}^2 - \overline{BX} \cdot \overline{CX}.$$

Zadatak 1.1 *Jedan konveksan četvorougao podeljen je dijagonalama na četiri trougla čije se površine izražavaju celim brojevima. Dokazati da je proizvod ta četiri broja potpun kvadrat.*

Zadatak 1.2 *Konstruisati trougao, ako su poznata dva ugla α i β težišna duž t_c .*

Zadatak 1.3 *Konstruisati trougao ako su mu poznate sve tri visine.*

Zadatak 1.4 a) *Konstruisati geometrijsku sredinu dve duži.*

b) *Konstruisati zlatni presek duži.*

Zadatak 1.5 *Dat je četvorougao $\square ABCD$. Neka je E tačka na pravoj DB takva da je $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$, a F tačka na pravoj AC takva da je $\overline{DF} \parallel \overline{AB}$. Dokazati da je $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$.*

Zadatak 1.6 *Četvorougao $\square ABCD$ ima prave uglove u temenima B i D . Dokazati da su normalne projekcije stranica \overline{AD} i \overline{BC} na dijagonalu \overline{BD} jednake među sobom.*

Zadatak 1.7 *Sa iste strane duži \overline{PQ} konstruisana su tri slična trougla $\triangle KPQ$, $\triangle QLP$ i $\triangle PQM$ takva da je $\angle QPM = \angle PQL = \alpha$, $\angle PQM = \angle QPK = \beta$ i $\angle PQL = \angle QPK = \gamma$, pri čemu je $\alpha < \beta < \gamma$. Dokazati da je trougao $\triangle KLM$ sličan sa prvom tri.*

Zadatak 1.8 *Dat je krug k i na njemu tačke A i B koje nisu dijametralno suprotne. Na manjem od lukova \widehat{AB} data je tačka C . Neka su D, F i E podnožja normala iz tačke C na tetivu \overline{AB} i tangentama kruga k u tačkama A i B redom. Dokazati da je $\overline{CD}^2 = \overline{CE} \cdot \overline{CF}$.*

Zadatak 1.9 *Visina koja odgovara hipotenuzi pravouglog trougla, deli trougao na dva trougla. Ako su poluprečnici upisanih krugova redom u malim trouglovima 3 i 4. Naći poluprečnik upisanog kruga velikog trougla.*

Zadatak 1.10 *Dokazati da u pravilnom sedmouglu $ABCDEFGH$ važi jednakost*

$$\frac{1}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}}.$$