

1 Obrtna tela

Valjak:

$$\begin{aligned}M &= 2r\pi H, \\P &= 2r\pi(r + H), \\V &= r^2\pi H.\end{aligned}$$

Kupa:

$$\begin{aligned}M &= sr\pi, \\P &= r\pi(r + s), \\V &= \frac{r^2\pi H}{3}.\end{aligned}$$

Zarubljena kupa:

$$\begin{aligned}M &= s\pi(r_1 + r_2), \\P &= \pi(r_1^2 + s(r_1 + r_2) + r_2^2), \\V &= \frac{H\pi}{3}(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)\end{aligned}$$

Lopta:

$$\begin{aligned}P &= 4R^2\pi, \\V &= \frac{4}{3}R^3\pi\end{aligned}$$

Loptin isečak:

$$\begin{aligned}P &= R\pi(2h + r), \\V &= \frac{2}{3}R^2\pi h\end{aligned}$$

Kalota (loptin odsečak):

$$\begin{aligned}P &= 2R\pi h, \\V &= \frac{h^2\pi}{3}(3R - h)\end{aligned}$$

Loptin pojas:

$$\begin{aligned}P &= 2R\pi h, \\V &= \frac{h\pi}{6}(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)\end{aligned}$$

Zadatak 1.1 *Oko lopte opisana je prava zarubljena kupa. Dokazati da je odnos zapremine lopte i zapremine kupe jednak odnosu površine lopte i površine kupe.*

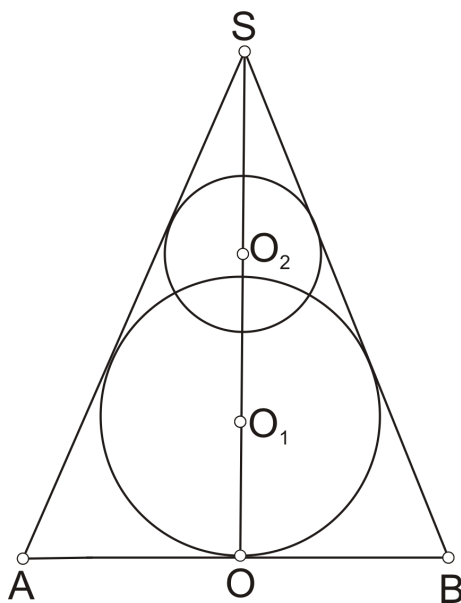
Zadatak 1.2 *U loptu je upisana prava kupa visine H . Zapremina kupe je jednaka četvtini zapremine lopte. Izračunaj zapreminu lopte.*

Zadatak 1.3 *Dve izvodnice prave kupe seku se pod uglom α . Ravan odredjena ovim izvodnicama nagnuta je prema ravni osnove pod uglom β . Ako je H visina kupe, izračunati zapreminu kupe.*

Zadatak 1.4 *Od svih pravih valjaka upisanih u sferu poluprečnika $\frac{\sqrt{3}}{2}$, najveću zapreminu ima onaj čija je visina 1. Dokazati.*

Zadatak 1.5 *Odrediti maksimalnu vrednost odnosa zapremine lopte i oko nje opisane prave kupe.*

Zadatak 1.6 *Date su lopte poluprečnika R i r ($R > r$) kao na Slici 1.1. Rastojanje izmedju centara tih lopti je jednako c , pri čemu je $R - r < c < R + r$. Izraziti zapreminu kupe koja je opisana oko tih lopti kao funkciju R , $d = R - r$ i c . Dokazati da je odnos zapremina te kupe i veće lopte veći ili jednak 2.*



Slika 1.1.

Zadatak 1.7 *Prav valjak i kupa imaju zajedničku osnovu, a vrh kupe nalazi se u središtu druge osnove valjka. Odrediti ugao izmedju izvodnice kupe i ose valjka, ako je odnos površine valjka i kupe 7:4*

Zadatak 1.8 *Na kojoj razdaljini od osnove treba preseći poluloptu poluprečnika R sa ravni paralelnoj ravni osnove polulopte, da bi površina dobijene sferne kalote bila dva puta manja od površine dobijene zone (pojasa).*

Zadatak 1.9 *Na kom rastojanju od centra lopte poluprečnika R treba postaviti izvor svetlosti da bi bila osvetljena jedna trećina njene površine.*