1 Mnogougao

DEFINICIJA 1.1 *Mnogougao je pravilan ako su mu sve ivice i svi unutrašnji uglovi medjusobno podudarni.*

Teorema 1.1 *Svaki n-tougao ima $\frac{n(n-3)}{2}$ dijagonala.*

Teorema 1.2 *Zbir unutrašnjih uglova n-tougla je $(n-2)\cdot 180^o$.*

Posledica 1.1 *Zbir spoljašnjih uglova n-tougla je 360^o.*

Zadatak 1.1 *Izračunati zbir unutrašnjih uglova u vrhovima petokrake.*

Zadatak 1.2 *Ako je l broj presečnih tačaka svih dijagonala konveksnog poligona $A_1A_2...A_n$, kod koga se nikoje tri i više dijagonala ne seku u jednoj tački, dokazati da je*

$$l = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}.$$

Zadatak 1.3 *U krug je upisan sedmougao čija su tri ugla jednaka 120^o. Dokazati da su bar dve stranice ovog sedmougla jednake.*

Zadatak 1.4 *Petougao $ABCDE$ upisan je u krug poluprečnika r. Ako je $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DE} = r$, dokazati da je trougao $\triangle BGF$ jednakostraničan, pri čemu su G i F središta stranica $\overline{CD}$ i $\overline{EA}$ petougla.*

Zadatak 1.5 *Iz tačke O koja leži u unutrašnjosti konveksnog n-tougla $A_1A_2\dots A_n$ konstruisane su duži $\overline{OA_1}, \overline{OA_2}\dots\overline{OA_n}$ ka temenima. Ispostavilo se da su svi uglovi koje te duži zaklapaju sa stranicama n-tougla oštri i pritom važi*

$$\measuredangle OA_1A_n \leqslant \measuredangle OA_1A_2,\ \measuredangle OA_2A_1 \leqslant \measuredangle OA_2A_3, \dots\ \measuredangle OA_nA_{n-1} \leqslant \measuredangle OA_nA_1.$$

Dokazati da je O centar kružnice upisane u taj n-tougao.

Zadatak 1.6 *Dokazati da bar jedno podnožje normala, konstruisanih iz proizvoljne unutrašnje tačke konveksnog mnogougla na njegove stranice, leži na samoj stranici a ne na njenom produžetku.*

Zadatak 1.7 *Neka su $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$ dve susedne stranice pravilnog devetougla upisanog u krug. Sa M označimo središte stranice $\overline{AB}$, a sa N središte poluprečnika $\overline{OX}$ koji je normalan na $\overline{BC}$. Dokazati da je $\measuredangle OMN = 30^o$.*

Zadatak 1.8 *Dokazati da se konveksan sedamnaestougao ne može razrezati na 12 četvorouglova čija su temena ili temena sedamnaestougla ili leže unutar njega, ali tako da nijedno teme četvorougla nije unutrašnja tačka stranice nekog drugog četvorougla.*

Zadatak 1.9 *Dat je tetivan mnogougao sa neparnim brojem stranica. Ako su mu svi unutrašnji uglovi jednaki, dokazati da je on pravilan.*

Zadatak 1.10 *Dokazati da je poligon $A_1A_2...A_n$ pravilan, ako su sve njegove stranice medju sobom jednake i $n-2$ uzastopnih unutrašnjih uglova medju sobom jednaki.*