

1 Domaći

Zadatak 1.1 *Dat je proizvoljan trougao $\triangle ABC$ i tačke M, N i P , takve da važi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{CP}$. Dokazati da su tačke M, N i P kolinearne.*

Zadatak 1.2 *Ako je tačka P središte težišne duži $\overline{AA_1}$ trougla $\triangle ABC$ i ako je Q presek pravih AC i BP , odrediti odnose $\overline{AQ} : \overline{QC}$ i $\overline{BP} : \overline{PQ}$.*

Zadatak 1.3 *Ako su α, β i γ uglovi trougla $\triangle ABC$, r poluprečnik upisanog kruga u taj trougao, R poluprečnik opisanog kruga oko tog trougla, onda važi*

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\cos \beta} + \frac{1}{\cos \gamma} \geq \frac{9R}{R+r}.$$

Zadatak 1.4 *Ako za stranice trougla $\triangle ABC$ važi $3b = a + c$, onda za uglove tog trougla važi $\cot \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\gamma}{2} = 2$.*

Zadatak 1.5 *Neka su M, N, P, Q kolinearne tačke takve da važi raspored $M-N-P-Q$ i $\overline{MN} = 4$, $\overline{NP} = 2$, $\overline{PQ} = 6$. Neka je T tačka van prave MN iz koje se duži \overline{MN} , \overline{NP} , \overline{PQ} vide pod jednakim uglom α . Odrediti moguće vrednosti ugla α .*

Zadatak 1.6 *Iz sredine visine \overline{SE} pravilne četvorostrane piramide kojoj je S vrh i E podnožje visine, konstruisane su normale $\overline{OM} = p$, na bočnu ivicu i $\overline{OK} = q$, na bočnu stranu piramide. Izračunati zapreminu piramide.*

Zadatak 1.7 *Kroz ivicu \overline{AC} pravilnog tetraedra $SABC$ postavljena je ravan koja seče ivicu \overline{SB} u tački D , tako da je odnos zapremine tetraedara $ABCD$ i $SADC$ jednak 1:3. Izračunati ugao koji ta ravan gradi sa ravni odredjenom tačkama A, B i C .*

Zadatak 1.8 *Kroz vrh pravog kružnog konusa postavljena je ravan pod uglom α prema ravni osnove konusa. Ta ravan seče osnovu po tetivi $\overline{AB} = a$, koja se iz centra osnove vidi pod uglom β . Odrediti odnos zapremine i površine konusa.*