1 Domaći

Zadatak 1.1 *Ako je* A_1 *sredina stranice* $\overline{BC}$ *trougla* $\triangle ABC$*, dokazati sledeća tvrdjenja:*
(a) $\overline{AA_1} > \dfrac{\overline{AB} + \overline{AC} - \overline{BC}}{2}$*;*
(b) $\overline{AA_1} < \dfrac{\overline{AB} + \overline{AC}}{2}$*;*
(c) Zbir težišnih linija trougla veći od poluobima, a manji od obima trougla.
Da li nejednakosti (a) i (b) važe i u slučaju kad je A_1 *proizvoljna tačka duži* $\overline{BC}$*?*

Zadatak 1.2 *U jednakokrakom trouglu* $\triangle ABC$ *gde je* $\overline{AB} = \overline{BC}$*, odabrana je tačka* M *takva da je* $\measuredangle AMC = 2\measuredangle ABC$*. Tačka* N *na duži* $\overline{AM}$ *zadovoljava da je* $\measuredangle BNM = \measuredangle ABC$*. Dokazati da je* $\overline{BN} = \overline{CM} + \overline{MN}$*.*

Zadatak 1.3 *Dva kruga sa centrima* O_1 *i* O_2 *imaju zajedničke tačke* A *i* B*. Prava* p *koja sadrži tačku* A *seče date krugove u tačkama* M_1 *i* M_2 *redom. Dokazati da je* $\measuredangle O_1M_1B = \measuredangle O_2M_2B$*.*

Zadatak 1.4 *Neka je četvorougao* $\square ABCD$ *tetivan četvorougao. Tačka* S_A, S_B, S_C, S_D *su redom centri kružnica upisanih u trouglove* $\triangle BCD$*,* $\triangle CDA$*,* $\triangle DAB$ *i* $\triangle ABC$*. Dokazati da je četvorougao* $\square S_AS_BS_CS_D$ *pravougaonik.*

Zadatak 1.5 *Ako je osmougao* $A_1 \ldots A_8$ *upisan u krug i važi da je* $\overline{A_1A_2} \| \overline{A_5A_6}$*,* $\overline{A_2A_3} \| \overline{A_6A_7}$*,* $\overline{A_3A_4} \| \overline{A_7A_8}$*, dokazati da je* $\overline{A_1A_8} \| \overline{A_4A_5}$*.*

Zadatak 1.6 *Ako je petougao* $ABCDE$ *takav da ima jednake stranice, a za njegove uglove da važi*

$$\measuredangle A \geqslant \measuredangle B \geqslant \measuredangle C \geqslant \measuredangle D \geqslant \measuredangle E,$$

dokazati da je on pravilan.

Zadatak 1.7 *U jednakokrakom trouglu* $\triangle ABC$ *(*$\overline{AC} = \overline{BC}$*) ugao kod temena* C *je* 108^o*. Naći odnos dužine osnovice i dužine kraka.*

Zadatak 1.8 *Odnos visine i težišne duži koje odgovaraju hipotenuzi pravouglog trougla je 40:41. Odrediti odnos kateta tog trougla.*

Zadatak 1.9 *Dokazati da u svakom trouglu čije su stranice* a, b, c *i poluobim* s*, važe nejednakosti*

$$a)\ (a+b-c)(b+c-a)(a+c-b) \leqslant abc,$$
$$b)\ \frac{2s}{abc} \leqslant \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$