

1 Domaći-Krive

Zadatak 1 Data je kriva kao presek sfere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ i cilindra $x^2 + y^2 = ax$. Pokazati da je projekcija krive na ravan xOz deo parabole. Naći jednačinu krive u parametarskom obliku.

Zadatak 2 Data je kriva

$$\mathcal{K} : \begin{cases} 4ax = (y + z)^2; \\ 4x^2 + 3y^2 = 3z^2. \end{cases}$$

Naći dužinu luka krive od tačke $(0, 0, 0)$ do proizvoljne tačke.

Zadatak 3 Data je kriva $C : \vec{r} = \vec{r}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$, $a, b \neq 0$ i tačka $T(x_0, y_0, z_0)$. Dokazati da postoji ravan koja sadrži one tačke krive C u kojima oskulatorna ravan prolazi kroz tačku T .

Zadatak 4 Ako sve normalne ravni neke krive prolaze kroz jednu tačku, onda ta kriva leži na nekoj sferi.

Zadatak 5 Naći jednačinu geometrijskog mesta tačaka u kojima tangente zavojnice

$$\vec{r}(t) = (a \cos t, a \sin bt), \quad a, b \neq 0$$

prodiru ravan xOy . Odredi fleksiju dobijene krive.

Zadatak 6 Data je kriva $\vec{r}(t) = (\frac{1}{2} \sin^2 t, \frac{1}{2}(t + \sin t \cos t), \sin t)$.

- Odrediti jednačinu tangente, normale i binormale u proizvoljnoj tački;
- Dokazati da svaka od pravih pod a) zaklapa sa z osom konstantan ugao;
- Odrediti jednačine normalne, oskulatorne i rektifikacione ravni u proizvoljnoj tački.

Zadatak 7 Data je kriva $\vec{r}(t) = x\vec{i} + x^n\vec{j} + z(x)\vec{k}$, gde je $z(x)$ dva puta diferencijabilna funkcija. Odrediti funkciju $z(x)$ tako da oskulatorna ravan krive u svakoj tački prolazi kroz projekciju te tačke na y osu.

Zadatak 8 Naći jednačinu tangente krive

$$\mathcal{K} : \begin{cases} x + 3y^2 - 6z = 0 \\ x^2 - 2y + z^2 = 9 \end{cases}$$

u tački $(3, 1, 1)$.

Zadatak 9 Data je kriva $\vec{r} = \vec{r}(s)$, gde je s luk krive. Razložiti vektor $\frac{d^3\vec{r}}{ds^3}$, po pravcima ortova prirodnog triedra.

Zadatak 10 Odrediti Freneove formule za krivu $\vec{r}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$, $a, b \neq 0$.