

1 Transformacije afinih koordinata

Zadatak 1.1 U ravni afinog koordinatnog sistema Oxy sa koordinatnim uglom ω dat je jedinični vektor \vec{u} , koji sa koordinatnim osama zaklapa uglove $\angle(Ox, \vec{u}) = \alpha$ i $\angle(Oy, \vec{u}) = \beta$. Naći koordinate jediničnog vektora \vec{u} u sistemu Oxy .

Zadatak 1.2 U ravni afinog koordinatnog sistema Oxy sa koordinatnim uglom $\frac{5}{6}\pi$ dat je vektor \vec{a} , pri čemu je $\angle(Ox, \vec{a}) = \frac{\pi}{3}$, a $|\vec{a}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Naći njegove koordinate u koordinatnom sistemu Oxy .

Zadatak 1.3 Data su dva afina koordinatna sistema Oxy i $O'x'y'$ iste orijentacije. Prvi sistem je pravougli, a drugi kosougli sa koordinatnim uglom od $\frac{2}{3}\pi$. U odnosu na sistem Oxy početak drugog sistema je $O'(-2, 3)$, a ugao $\angle(Ox, O'x') = \frac{\pi}{6}$. Izraziti koordinate tačke $M(x, y)$ u odnosu na sistem Oxy , pomoću koordinata iste tačke $M(x', y')$ u odnosu na sistem $O'x'y'$.

Zadatak 1.4 U odnosu na pravougli afini koordinatni sistem Oxy u ravni date su tačke $O'(-1, 3)$, $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$. Tačku O' uzmimo za novi koordinatni početak, a vektore $\vec{O'A}$ i $\vec{O'B}$ za koordinatne vektore novog afinog koordinatnog sistema. Naći formule transformacije koordinata.

Zadatak 1.5 Date su tačke $A(2, 1)$, $B(3, 0)$ i $C(1, 4)$ u odnosu na jedan afini koordinatni sistem Oxy u ravni. U odnosu na novi afini koordinatni sistem te iste tačke imaju koordinate $A(1, 6)$, $B(1, 9)$ i $C(3, 1)$. Naći formule transformacije koordinata.

Zadatak 1.6 Neka je u ravni dat trapez $\square ABCD$, kod koga je $\vec{AB} = 2\vec{DC}$. Neka je O presečna tačka pravih AD i BC i tačka O' presečna tačka dijagonala trapeza. U ravni se posmatraju dva koordinatna sistema $k_1(O, \vec{OD}, \vec{OC})$ i $k_2(O', \vec{O'D}, \vec{O'C})$. Naći vezu između koordinata proizvoljne tačke M u odnosu na ova dva sistema.

Zadatak 1.7 Dat je paralelogram $\square ABCD$. Tačka F je središte stranice \overline{BC} , a tačka E presek pravih AF i DB . U ravni datog paralelograma izabrana su dva afina koordinatna sistema $k_1(A, \vec{AB}, \vec{AD})$ i $k_2(E, \vec{EB}, \vec{EF})$. Izraziti koordinate proizvoljne tačke M u koordinatnom sistemu k_1 , ako se znaju njene koordinate u k_2 .

Zadatak 1.8 Dat je afini koordinatni sistem $Oxyz$ u prostoru sa koordinatnim vektorima \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . U odnosu na ovaj sistem novi afini koordinatni sistem $O'x'y'z'$ ima početak u tački $O'(x_0, y_0, z_0)$, a njegovi koordinatni vektori su:

$$\vec{a}' = \{k_1, m_1, n_1\}, \quad \vec{b}' = \{k_2, m_2, n_2\}, \quad \vec{c}' = \{k_3, m_3, n_3\}.$$

Izraziti koordinate tačke $M(x, y, z)$ u odnosu na sistem $Oxyz$ pomoću koordinata iste tačke $M(x', y', z')$ u odnosu na sistem $O'x'y'z'$.

Zadatak 1.9 Data su dva afina koordinatna sistema $Oxyz$ i $O'x'y'z'$. U odnosu na prvi sistem početak i koordinatni vektori drugog sistema imaju koordinate $O'(2, 1, 3)$, $\vec{a}'(2, 4, 1)$, $\vec{b}'(0, 4, 4)$ i $\vec{c}'(1, 1, 0)$. Odrediti koordinate početka O i koordinatnih vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} prvog sistema u odnosu na drugi sistem.

Zadatak 1.10 Napisati formule transformacije koordinata za dva pravougla Dekartova koordinatna sistema $Oxyz$ i $O'x'y'z'$ sa zajedničkim početkom, ako važi

$$\cos \angle(Ox, O'x') = \frac{1}{3}, \quad \cos \angle(Ox, O'y') = -\frac{2}{3}, \quad \cos \angle(Oy, O'x') = -\frac{2}{3},$$

$$i \angle(Ox, O'z') < \frac{\pi}{2}, \quad \angle(Oy, O'y') > \frac{\pi}{2}.$$

Zadatak 1.11 Date su četiri nekoplanarne tačke A, B, C i D . Ako su A_1, B_1 i C_1 težišta, redom, trouglova $\triangle BCD$, $\triangle ACD$ i $\triangle ABD$, naći jednačinu ravni određene tačkama A_1, B_1 i C_1 u odnosu na koordinatni sistem $k(A; \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$.