1 Svodjenje na kanonski oblik

Za jednačinu se kaže da je u *kanonskom obliku* ukoliko ona zadovoljava grupu od sledećih četiri uslova:

1. nema mešovitih članova;
2. nijedna koordinata se ne sme da javlja istovremeno i sa kvadratom i kao linearan član (npr. ne sme da se javlja i “ x^2 ” i “ x ”);
3. linearnih članova ne sme da ima više od jednog;
4. ukoliko se javlja neki linearan član onda ne sme da se javlja slobodan član (preciznije, slobodan član mora biti jednak nuli)

1.1 Svodjenje jednačine na kanonski oblik u ravni

Posmatrajmo jednačinu krive II reda:

$$2f(x,y) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_1x + 2a_2y + a_0 = 0,$$

pri čemu je bar jedna od koeficijenata a_{11}, a_{12}, a_{22} različit od nule.

Može se pokazati da opšta jednačina krive u odnosu na Dekartov koordinatni sistem opisuje jednu od sledećih krivih:

1. $x^2 + y^2 = 1$-realna elipsa;
2. $x^2 + y^2 = -1$-imaginarna elipsa;
3. $x^2 - y^2 = 1$-hiperbola;
4. $x^2 + y^2 = 0$-par imaginarnih pravih koje se seku u realnoj tački;
5. $x^2 - y^2 = 0$-par realnih pravih koje se seku;
6. $x^2 = 2y$-parabola;
7. $x^2 = 1$-par realnih paralelnih pravih;
8. $x^2 = -1$-par imaginarnih paralelnih pravih;
9. $x^2 = 0$-par paravih koje se poklapaju.

U zadacima razlikujemo sledeće slučajeve:

- ukoliko se u opštoj jednačini **ne javlja** mešoviti član;
- ukoliko se **javlja** mešoviti član.

Zadatak 1.1 *Napisati kanonski oblik jednačine*

$$(\mathcal{K}):\ 3x^2 - 5y^2 + x + 10y - 1 = 0,$$

odrediti šta ona predstavlja i napisati formule transformacije koordinata.

Zadatak 1.2 *Napisati kanonski oblik jednačine*

$$(\mathcal{K}):\ 3x^2 + 8xy + 9y^2 + 2x - y + 1 = 0,$$

odrediti šta ona predstavlja i napisati formule transformacije koordinata.

Zadatak 1.3 *Za koju vrednost realnog parametra* λ *jednačina*

$$x^2 + 2\lambda y^2 - x + y = 0, \tag{1}$$

predstavlja skup dveju pravih.

Zadatak 1.4 *U nekom sistemu afinih koordinata kriva je zadata jednačinom*

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 6y + 2 = 0.$$

Ispitati šta predstavlja ova kriva metodom Lagranža.

1.2 Svodjenje jednačine na kanonski oblik u prostoru

Posmatrajmo sada polinom II stepena

$$2f(x,y,z) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a_0 = 0.$$

Može se pokazati da opšta jednačina površi drugog reda u odnosu na Dekartov koordinatni sistem opisuje jednu od sledećih površi:

1. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$-elipsoid;
2. $x^2 + y^2 + z^2 = -1$-imaginarni elipsoid;
3. $x^2 + y^2 - z^2 = 1$-jednokrilni hiperboloid;
4. $x^2 + y^2 - z^2 = -1$-dvokrilni hiperboloid;
5. $x^2 + y^2 - z^2 = 0$-realni konus;
6. $x^2 + y^2 + z^2 = 0$-imaginarni konus;
7. $x^2 + y^2 = 2z$-eliptički paraboloid;
8. $x^2 - y^2 = 2z$-hiperbolički paraboloid;
9. $x^2 + y^2 = 1$-realni eliptički cilindar;
10. $x^2 + y^2 = -1$-imaginarni eliptički cilindar;
11. $x^2 - y^2 = 1$-hiperbolički cilindar;
12. $x^2 + y^2 = 0$-dve imaginarne ravni koje se seku;
13. $x^2 - y^2 = 0$-dve realne ravni koje se seku;
14. $x^2 = 2y$-parabolički cilindar;
15. $x^2 = 1$-dve realne paralelne ravni;
16. $x^2 = -1$-dve imaginarne paralelne ravni;
17. $x^2 = 0$-dve ravni koje se poklapaju;

U zadacima razlikujemo sledeće slučajeve:

- ukoliko se **ne javlja** nijedan mešoviti član;
- ukoliko se **javlja** bar jedan mešoviti član.

Zadatak 1.5 *Napisati kanonski oblik jednačine* $(\mathcal{P}):\ x^2 + 4x - 3y + 7z + 3 = 0$ *odrediti šta ona predstavlja i napisati formule transformacije koordinata.*

Zadatak 1.6 *Napisati kanonski oblik jednačine*

$$(\mathcal{P}):\ x^2 + y^2 + 5z^2 - 6xy - 2xz + 2yz - 12 = 0$$

i odrediti šta ona predstavlja.

Zadatak 1.7 *Napisati kanonski oblik jednačine*

$$(\mathcal{P}):\ x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{y} + 4z + 2 = 0$$

odrediti šta ona predstavlja i napisati formule transformacije koordinata.