

# 1 Primena analitičke geometrije u planimetriji

**Zadatak 1.1** Na stranicama  $\overline{BC}$  i  $\overline{CD}$  jediničnog kvadrata  $\square ABCD$ , odabrane su redom tačke  $E$  i  $F$  takve da je obim trougla  $\triangle ECF$  jednak 2. Izračunati ugao  $\angle EAF$ .

**Zadatak 1.2** Na težišnoj duži  $\overline{AA'}$  naći tačku  $M$  tako da zbir  $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2$  bude minimalan.

**Zadatak 1.3** Upisan krug u trougao  $\triangle ABC$  dodiruje stranicu  $\overline{AB}$  u tački  $K$ . Dokazati da prava koja prolazi kroz centar tog kruga i kroz središte stranice  $\overline{AB}$  polovi duž  $\overline{CK}$ .

**Zadatak 1.4** Kroz tačku  $O$  na dijagonali  $\overline{BD}$  paralelograma  $\square ABCD$  konstruisane su duži  $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$  i  $\overline{PQ} \parallel \overline{AD}$ , pri čemu  $M \in \overline{AD}$ ,  $N \in \overline{BC}$ ,  $P \in \overline{CD}$ ,  $Q \in \overline{AB}$ . Dokazati da se prave  $AO, BP, DN$  seku u jednoj tački.

**Zadatak 1.5** Dva temena trougla  $\triangle ABC$  su fiksirana, a treće se menja, ali tako da je zbir kvadrata stranica trougla jednak osmostrukoj površini trougla. Odrediti geometrijsko mesto tačaka kome pripada treće teme trougla.

**Zadatak 1.6** Na stranicama  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$  jednakostraničnog trougla  $\triangle ABC$ , date tačke  $A_1, B_1, C_1$  takve da je  $\overline{BA_1} = \overline{CB_1} = \overline{AC_1} = \frac{\overline{AB}}{3}$ . Kako se odnose površina trougla  $\triangle KLM$  i površina trougla  $\triangle ABC$ , gde je  $AA_1 \cup CC_1 = \{L\}$ ,  $AA_1 \cup BB_1 = \{M\}$  i  $BB_1 \cup CC_1 = \{K\}$ ? Dokazati da je trougao  $\triangle KLM$  jednakostraničan.

**Zadatak 1.7** Data su tri povezana kvadrata  $\square ABCD, \square BCEF, \square EFGH$ . Dokazati da važi

$$\angle DCA + \angle DEA + \angle DHA = 90^\circ.$$

**Zadatak 1.8** Neka je  $\overline{CD}$  visina jednakokrakog  $\triangle ABC$  i neka je  $\overline{DE}$  visina trougla  $\triangle CBD$ , a  $P$  sredina te visine. Dokazati da je  $\overline{AE} \perp \overline{CP}$ .

**Zadatak 1.9** Data je duž  $\overline{AB}$  dužine  $2a$ . Odrediti geometrijsko mesto tačaka za koje važi  $\overline{MA}^2 - \overline{MB}^2 = 2c$ ,  $c$  je konstanta.