1 Domaći

Zadatak 1.1 *Dati su kvadrati* $\square OA_1B_1C_1$ *i* $\square OABC$ *takvi da* $A_1 \in \overline{OC}$ *i da nemaju zajedničkih unutrašnjih tačaka. Dokazati da se prave* AA_1, BB_1 *i* CC_1 *seku u jednoj tački.*

Zadatak 1.2 *Simetrala kod temena* B *seče stranicu* $\overline{AC}$ *trougla* $\triangle ABC$ *u tački* E. *Ako je* $\measuredangle BEA = 45^o$, *a tačka* H *podnožje visine iz temena* A *na stranicu* $\overline{BC}$ *dokazati da je* $\measuredangle EHC = 45^o$.

Zadatak 1.3 *Zbir kvadrata rastojanja bilo koje tačke* T *kružnice* $k(S,r)$ *od vrhova jednakostraničnog trougla* $\triangle ABC$ *upisanog u tu kružnicu konstantna je veličina. Dokazati.*

Zadatak 1.4 *Dat je konveksan četvorougao* $\square ABCD$ *i redom središta* K, L, M, N *stranica* $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$. *Ako je* $\overline{KM} = \overline{LN}$, *tada je* $AC \perp BD$. *Dokazati metodom koordinata.*

Zadatak 1.5 *Ako su vektori* $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \overrightarrow{E}^3$, *vektori položaja tačaka* A, B, C *u odnosu na tačku* O, *dokazati da je vektor* $\vec{x} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$ *normalan na ravan koja sadrži tačke* A, B, C.

Zadatak 1.6 *Ako za vektore* $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \overrightarrow{E}^3$, *važi*

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0},$$

i ako su $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ *linearno nezavisni, tada svaka druga trojka datih vektora je linerno nezavisna. Dokaži.*

Zadatak 1.7 *Neka su* $\square ABCD$ *i* $\square BKMN$ *dva kvadrata u ravni takva da su tačke* A, B *i* K *nekolinearne. Metodama vektorske algebre dokazati da je težišna linija* $\overline{BP}$ *trougla* $\triangle ABK$ *normalna na pravu* CN.

Zadatak 1.8 *U ravni datog paralelograma* $\square OABC$ *data su dva afina koordinatna sistema* Oxy *i* $Ox'y'$. *Vektori* $\overrightarrow{OA}$ *i* $\overrightarrow{OC}$ *su koordinatni vektori prvog, a vektori* $\overrightarrow{OP}$ *i* $\overrightarrow{OQ}$, *gde su* P *i* Q *sredine stranica* $\overline{AB}$ *i* $\overline{BC}$, *koordinatni vektori drugog sistema. Naći koordinate temena paralelograma u odnosu na drugi sistem.*

Zadatak 1.9 *Dati su vektori* $\vec{u}$ *i* $\vec{v}$ *i skalar* $\lambda \in \mathbb{R}$. *Odrediti vektor* $\vec{x}$ *takav da važi* $\vec{u} \cdot \vec{x} = \lambda$, $\vec{u} \times \vec{x} = \vec{v}$.

Zadatak 1.10 *Dat je jednakostranični trougao* $\triangle ABC$, *čije je težište tačka* T, *a stranice imaju dužinu 1. U ravni trougla izabrana su dva Dekartova koordinatna sistema i to:*
-sistem Axy *ima početak u tački* A, *a jedinični vektori su* $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$ *i* $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AC}$.
-sistem $Tx'y'$ *ima početak u tački* T, *a za jedinične koordinatne vektore* $\vec{e}_1'$ *i* $\vec{e}_2'$ *ueti su jedinični vektori vektora težišnih duži* $\overline{AM}$ *i* $\overline{BN}$.
Odrediti formule transformacije, kao i inverzne. Naći koordinate temena $\triangle ABC$ *u odnosu na sistem* $Tx'y'$.

Zadatak 1.11 *Data su dva koordinatna sistema* $Oxyz$ *i* $Ox'y'z'$. *Koordinatni uglovi prvog su* $\pi/3$, *a drugi je pravougli. Ose* Ox *i* Ox' *se poklapaju, osa* Oy' *leži u ravni* Oxy *dok sa osom* Oy *zaklapa oštar ugao, a pozitivni smerovi osa* Oz *i* Oz' *pripadaju istom poluprostoru odredjenom sa ravni* Oxy. *Naći formule transformacije.*

Zadatak 1.12 *Naći zajedničku normalu pravih*

$$(a): \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t + 1 \end{cases} \qquad (b): \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 2z + 4 = 0 \end{cases}$$

Zadatak 1.13 *Date su prave:*

$$(a): \ \frac{x+1}{2}=\frac{y-8}{3}=\frac{z-1}{1} \qquad\qquad (b): \ \frac{x}{5}=\frac{y+15}{4}=\frac{z+2}{1}$$

i prava

$$(c): \ \begin{cases} x-8z+26=0, \\ 7x-8y+22=0 \end{cases}$$

Naći pravu l koja je paralelna sa pravom c i seče prave a i b.

Zadatak 1.14 *Naći jednačinu ravni α koja prolazi kroz presek ravni $(\beta): x+y+z-1=0$ i $(\gamma): x-y+2z+2=0$ i polovi odsečak prave $(l): \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-2}$ izmedju datih ravni β i γ.*

Zadatak 1.15 *Ravan α, koja prolazi kroz tačku $M(1,2,-1)$ paralelna je sa pravama*

$$(l_1): \frac{x}{2}=\frac{y-k}{3}=\frac{z-2}{1}, \qquad (l_2): \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}, \quad k\in\mathbb{R}.$$

Odrediti parametar k tako da rastojanje prave l_1 od ravni α, bude dva puta manje od rastojanja prave l_2 od iste ravni, a zatim izračunati najkraće rastojanje izmedju l_1 i l_2.