

Biblioteka: ACADEMIA

Autori:

Dr Biljana Popović, redovni profesor Prirodno–matematičkog fakulteta u Nišu

Mr Borislava Blagojević, asistent Građevinskog fakulteta u Nišu

**MATEMATIČKA STATISTIKA SA PRIMENAMA
U HIDROTEHNICI**

Prvo izdanje, 1997. god.

Drugo izdanje, 1999. god.

Treće izdanje, 2003. god.

Recenzenti:

Prof. dr Jovan Mališić, Matematički fakultet u Beogradu

Prof. dr Vojislav Vukmirović, Građevinski fakultet u Beogradu

Glavni i odgovorni urednik:

Prof. dr Nenad Radojković, red. profesor Mašinskog fakulteta u Nišu

Likovno–tehnički urednik:

Dipl.ing.arh. Gradimirka Stojiljković–Jovanović

Tehničko uređjivanje: Autori

Odlukom Nastavno–naučnog veća Građevinskog fakulteta u Nišu, broj 10/13
od 4. aprila 1996. godine, rukopis je preporučen za štampu kao udžbenik.

Izdavač:

Izdavačka jedinica Univerziteta u Nišu, Univerzitetski trg 2

Za izdavača:

Prof. dr Zoran Milenković, rektor Univerziteta u Nišu

YU ISBN 86–7181–063–1

Štampa: "Sven", Niš

Tiraž 200 primeraka

**Prof. dr BILJANA POPOVIĆ
Mr BORISLAVA BLAGOJEVIĆ**

**MATEMATIČKA
STATISTIKA
SA PRIMENAMA
U HIDROTEHNICI**

treće ispravljeno i dopunjeno izdanje

**IZDAVAČKA JEDINICA
UNIVERZITETA U NIŠU**

Sadržaj

Predgovor trećem izdanju	vii
Predgovor drugom izdanju	viii
Predgovor prvom izdanju	ix
I Verovatnoća	1
1 Osnovni elementi teorije verovatnoće	3
1.1 Osnovni pojmovi i definicije	3
1.1.1 Slučajni događaj	3
1.1.2 Definicija verovatnoće	5
1.1.3 Uslovne verovatnoće	9
1.1.4 Slučajna promenljiva	13
1.1.5 Funkcije slučajne promenljive	19
1.1.6 Višedimenzionalne slučajne promenljive	21
1.1.7 Uslovne raspodele	24
1.1.8 Nezavisnost slučajnih promenljivih	25
2 Važnije raspodele verovatnoća	29
2.1 Raspodele diskretnog tipa	29
2.1.1 Binomna raspodela (Bernulijeva)	29
2.1.2 Puasonova raspodela	33
2.1.3 Geometrijska raspodela	34
2.2 Raspodele apsolutno neprekidnog tipa	36
2.2.1 Normalna raspodela	37
2.2.2 Log-normalna raspodela (Galtonova)	39
2.2.3 Troparametarska log-normalna raspodela	40

2.2.4	Uniformna raspodela	40
2.2.5	Vejbulova raspodela	41
2.2.6	Eksponencijalna raspodela	42
2.2.7	Gama raspodela	42
2.2.8	Troparametarska gama raspodela	43
2.2.9	Log-Pirson III raspodela	44
2.2.10	χ^2 raspodela	44
2.2.11	Fišerova raspodela	45
2.2.12	Studentova (t) raspodela	45
2.2.13	Gumbelova raspodela	46
3	Numeričke karakteristike slučajnih promenljivih	49
3.1	Matematičko očekivanje	49
3.1.1	Osobine matematičkog očekivanja	53
3.1.2	Moment reda k slučajne promenljive	54
3.2	Mod	55
3.3	Medijana	56
3.4	Kvantil reda p slučajne promenljive	57
3.5	Disperzija slučajne promenljive	59
3.5.1	Osobine disperzije	61
3.6	Srednje apsolutno odstupanje	63
3.7	Neke važnije funkcije od momenata slučajnih promenljivih	63
3.7.1	Koeficijent varijacije	63
3.7.2	Koeficijent asimetrije	64
3.7.3	Koeficijent konkavnosti	65
3.8	Kovarijansa. Koeficijent korelacije	66
4	Zakoni velikih brojeva i centralna granična teorema	69
4.1	Zakoni velikih brojeva	69
4.2	Hinčinov zakon velikih brojeva	70
4.3	Bernulijev zakon velikih brojeva	70
4.4	Centralne granične teoreme	71
II	Statistika	75
5	Osnovni elementi matematičke statistike	77
5.1	Osnovni pojmovi	77
5.2	Uzorak. Statistika	80

5.3	Sredjivanje i prikazivanje statističkih podataka – realizovanog uzorka	87
5.3.1	Tablični metod prikaza podataka	87
5.3.2	Grafički metodi prikaza podataka	91
6	Ocenjivanje parametara raspodele obeležja	99
6.1	Tačkaste ocene parametara raspodela	99
6.1.1	Tačkaste ocene numeričkih karakteristika obeležja	104
6.2	Intervalne ocene parametara obeležja	120
6.2.1	Intervalne ocene parametara raspodela	121
6.2.2	Intervali poverenja za kvantile	127
7	Testiranje statističkih hipoteza	131
7.1	Osnovni pojmovi	131
7.2	Parametarski testovi	133
7.2.1	Test za srednju vrednost (m) obeležja za velike uzorke	134
7.2.2	Parametarska testiranja kod normalne raspodele	135
7.2.3	Testiranje parametra binomne raspodele	141
7.2.4	Testiranje parametra Puasonove raspodele	141
7.2.5	Testiranje koeficijenta korelacije	142
7.3	Neparametarski testovi	144
7.3.1	Test Kolmogorov – Smirnova	144
7.3.2	Pirsonov χ^2 test	146
7.3.3	Binomni test (test znakova)	155
7.3.4	Test serija (test koraka)	160
7.3.5	Test rangova (test Vilkokson – Man – Vitnija)	161
7.4	Papiri raspodela verovatnoća	164
8	Regresija i korelacija	169
8.1	Linearna regresija prve vrste	170
8.1.1	Jednostruka linearna regresija prve vrste	170
8.2	Linearna regresija druge vrste	175
8.2.1	Jednostruka linearna regresija druge vrste	175
8.2.2	Nelinearni modeli zavisnosti	184
8.2.3	Višestruka linearna regresija	186

9	Analiza disperzija	193
9.1	Jednofaktorski problem	194
9.2	Dvofaktorski problem	197
9.2.1	Dvofaktorski problem na prostom uzorku	197
9.2.2	Dvofaktorski problem na uzorku sa ponavljanjem	201
10	Statističko modeliranje	207
10.1	Simulacija uzoraka metodom Monte Karlo	208
III	Vremenski nizovi	211
11	Teorijske osnove obrade vremenskih nizova	213
11.1	Osnovni pojmovi o slučajnim procesima	213
11.2	Ocena srednje vrednosti	216
11.3	Neslučajne komponente	217
11.4	Otkrivanje neslučajnih komponentata (analiza slučajnosti niza)	217
11.4.1	Test tačaka zaokreta	218
11.4.2	Test rasta	219
11.4.3	Test kvadrata uzastopnih razlika	220
11.4.4	Test serijskih korelacija	221
11.4.5	Test cikličnih korelacija	222
11.4.6	Metod pokretnih sredina	222
11.5	Otklanjanje neslučajnih komponentata	223
11.6	Analiza homogenosti	225
12	Statistička analiza hidrološkog niza	227
12.1	Utvrdjivanje reprezentativnosti niza	229
12.2	Homogenost niza	230
12.2.1	Testiranje homogenosti funkcije raspodele	230
12.3	Slučajnost niza	232
12.3.1	Test kvadrata uzastopnih razlika	232
12.4	Otkrivanje trenda	232
12.5	Rezultati analize niza maksimalnih godišnjih proticaja	233
12.6	Završne napomene	233
12.6.1	Proračun velikih voda	234
12.6.2	Analiza rizika	235

IV	Dodatak A	247
	Indeksni brojevi	233
	Papiri verovatnoća	241
V	Dodatak B	245
	Statističke formule	247
	Statističke tablice	261
	Literatura	273
	Beleške o autorima	275