

PRIRODNO–MATEMATIČKI FAKULTET
UNIVERZITETA U NIŠU

Prof. dr BILJANA POPOVIĆ

MATEMATIČKA STATISTIKA I STATISTIČKO MODELOVANJE

NIŠ, 2003

Autor:

Dr Biljana Popović, redovni profesor Prirodno–matematičkog fakulteta u Nišu

MATEMATIČKA STATISTIKA I STATISTIČKO MODELOVANJE**Recenzenti:**

Dr Zagorka Lozanov–Crvenković, redovni profesor Prirodno–matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Dr Mila Stojaković, redovni profesor Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu

Tehničko uređivanje:

Autor

Odlukom Naučno–nastavnog veća Prirodno–matematičkog fakulteta u Nišu, broj 373/1–01 od 10. jula 2002. godine, rukopis je odobren za štampu kao univerzitetski udžbenik.

Izdavač:

Prirodno–matematički fakultet, Niš

YU ISBN 86–83481–13–1

Štampa: ”Sven”, Niš

Tiraž: 100 primeraka

Sadržaj

Predgovor	v
1 Uvod	1
2 Teorija uzoraka	3
2.1 Osnovni pojmovi	3
2.2 Pojam slučajnog broja	5
2.3 Slučajni izbori bez i sa vraćanjem	6
2.3.1 Uzorak bez vraćanja iz konačne populacije	9
2.3.2 Uzorak sa vraćanjem iz konačne populacije	9
2.4 Neki specijalni planovi uzoraka	10
2.4.1 Stratifikovani uzorak	10
2.4.2 Grupni uzorak	11
2.4.3 Višestapni uzorak	12
2.4.4 Sistematski uzorak	13
2.5 Empirijska funkcija raspodele	14
2.6 Sredjivanje i prikazivanje realizovanih uzoraka	18
2.6.1 Tablični metod prikaza podataka – organizovanje baza podataka . .	18
2.6.2 Grafički metodi prikaza podataka	22
2.7 Modeliranje raspodela metodom Monte Karlo	27
2.7.1 Modeliranje diskretne raspodele sa konačno mnogo vrednosti	27
2.7.2 Modeliranje raspodela apsolutno neprekidnog tipa	28
3 Ocenjivanje parametara	31
3.1 Tačkasto ocenjivanje	31
3.2 Odredjivanje obima uzorka	35
3.3 Dovoljne statistike	38
3.3.1 Kriterijumi egzistencije dovoljne statistike	40
3.3.2 Najbolja ocena za parametar	43
3.3.3 Kompletnost	43
3.3.4 Jedinstvenost najbolje statistike za parametar	45
3.3.5 Dovoljna statistika za višedimenzioni parametar	46
3.4 Regularna familija gustina raspodele	48
3.4.1 Eksponecijalna klasa funkcija gustina raspodele	51

3.5	Metodi tačkastog ocenjivanja parametara	54
3.5.1	Metod maksimalne verodostojnosti	54
3.5.2	Metod momenata	56
3.6	Statistike poretka	59
3.6.1	Primena statistika poretka u odredjivanju tačkastih ocena za kvantile	63
3.7	O još nekim primerima tačkastih ocena	64
3.8	Oblasti poverenja	66
3.8.1	Intervali poverenja	66
3.8.2	Neparametarski intervali poverenja za kvantile	76
3.8.3	Višedimenzione oblasti poverenja	78
4	Testiranje statističkih hipoteza	81
4.1	Osnovni pojmovi	81
4.1.1	Uniformno najmoćniji testovi	88
4.1.2	Test količnika verodostojnosti	90
4.2	Parametarski testovi	96
4.2.1	Test za srednju vrednost obeležja za velike uzorke	96
4.2.2	Parametarska testiranja kod normalne raspodele	97
4.2.3	Testiranje parametra binomne raspodele	106
4.3	Neparametarski testovi	106
4.3.1	Test Kolmogorov – Smirnova	107
4.3.2	Pirsonov χ^2 test	109
4.3.3	Binomni test (test znakova)	119
4.3.4	Test serija (test koraka)	123
4.3.5	Test rangova (test Vilkokson – Man – Vitnija)	124
5	Teorija odlučivanja	127
5.1	Minimaks odlučivanje	129
5.2	Bajesovo odlučivanje	132
6	Regresija	137
6.1	Linearna regresija druge vrste	138
6.1.1	Metod najmanjih kvadrata za ocenjivanje parametara modela linearne regresije	140
6.1.2	Model normalne regresije	147
6.1.3	Ocena maksimalne verodostojnosti parametara modela normalne regresije	147
6.1.4	Osnovna teorema teorije normalne regresije	148
6.1.5	Skupovi poverenja za parametre normalne regresije	150
6.1.6	Testiranje hipoteza o ocenama parametara normalne regresije	153
6.2	Regresija prve vrste	155
6.2.1	Najbolja prognoza za obeležje Y na osnovu vektora $\mathbf{X}$	155

7	Analiza rasipanja	161
7.1	Jednofaktorski problem	161
7.2	Dvofaktorski problem	165
7.2.1	Dvofaktorski problem na prostom uzorku	165
7.2.2	Dvofaktorski problem na uzorku sa ponavljanjem	168
8	Statistička analiza slučajnih procesa	173
8.1	Slučajni procesi	174
8.1.1	Ocene srednje vrednosti	174
8.1.2	Ocena disperzije	176
8.1.3	Ocena kovarijansne funkcije	176
8.2	Vremenske serije	178
8.2.1	Ocena srednje vrednosti	179
8.2.2	Ocene kovarijansne funkcije	180
8.2.3	Prognoza vremenske serije	180
8.2.4	Vremenske serije sa trendom i sezonskom komponentom	181
8.3	Otkrivanje neslučajnih komponenata	182
8.3.1	Test tačaka zaokreta	183
8.3.2	Test rasta	183
8.3.3	Test kvadrata uzastopnih razlika	184
8.3.4	Test serijskih korelacija	185
8.3.5	Test cikličnih korelacija	186
8.3.6	Metod pokretnih sredina	186
8.4	Otklanjanje neslučajnih komponenata	187
8.4.1	Eliminacija trenda kod procesa bez sezone komponente	187
8.4.2	Istovremena eliminacija trenda i sezone komponente	189
	Dodatak	191
9	Važnije raspodele verovatnoća	193
9.1	Raspodele diskretnog tipa	193
9.2	Raspodele apsolutno neprekidnog tipa	194
10	Funkcija generatrisa momenata	201
11	Tačkasto ocenjivanje kod konačne populacije	205
11.1	Ocene matematičkog očekivanja i disperzije	205
11.2	Ocene matematičkog očekivanja i disperzije kod stratifikovanog uzorka . . .	208
11.3	Ocena parametra binomne raspodele	209
	Statističke tablice	211
	Literatura	223
	Indeks pojmova	224