

Oscilacije

1. (Olimpijada 1997. – 1. a)

Teg male mase obešen na kraju idealne opruge zanemarljive mase, osciluje gore dole frekvencijom f . Opruga se preseče na dva jednaka dela i na jedan od njih se obesi isti teg. Kolika je frekvencija f' novog sistema. (1.5 poena)

2. (Dodatne N. Vukmirovića – Oscilacije 2.)

Tečnost zapremine V nalivena je u U cev čija je površina poprečnog preseka S .

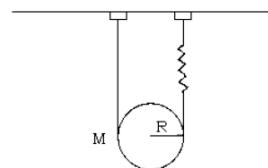
- a) Naći period malih oscilacija tečnosti zanemarujući viskoznost.
b) Isto s tim što jedan krak cevi zaklapa ugao θ sa vertikalom.

3. (Zadatak sa olimpijade u Švedskoj 1984. u skraćenoj formi)

Posuda pravougaonog preseka širine $2L$ napunjena je tečnošću do visine H . Tečnost u posudi se izvede iz horizontalnog položaja tako što se, recimo naglim pokretom posude, ravna površina tečnosti iskosi. Odrediti period oscilacija tečnosti ukoliko se pretpostavi da se sva trenja mogu zanemariti i da je površina tečnosti uvek ravna.

4. (Zadaci sa priprema 2004 – deo A – Period malih oscilacija diska)

Odrediti period malih vertikalnih oscilacija sistema koji je prokazan na slici 1. Masa i poluprečnik homogenog diska su M i R , a konstanta elastičnosti opruge k . Neistegljiva nit ne proklizava po disku. Ubrzanje sile Zemljine teže je g . (10 poena)



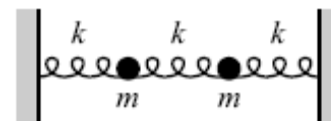
slika 1.

5. (N.Vukmirović – Oscilacije 8.)

Odrediti frekvence normalnih moda oscilacija dvojnog matematičkog klatna. Dužina niti kojom je gornja kuglica vezana za plafon je $2l$, a dužina niti koja spaja gornju i donju kuglicu je l . Mase kuglica su m .

6. (Morin – Chapter 3, N.Vukmirović – Oscilacije 7.)

Sistem se sastoji od dva tela mase m koja su postavljena na horizontalnu podlogu i tri opruge koeficijenta elastičnosti k . U ravnotežnom položaju koordinate tela su $x_1=l$ i $x_2=2l$ gde je l dužina opruga u nedeformisanom stanju. Nepokretni zidovi se nalaze u $x=0$ i $x=3l$. Jedna opruga vezuje telo 1 i telo 2, jedna vezuje telo 1 sa zidom u $x=0$, a jedna telo 2 sa zidom u $x=3l$. Kretanje tela može da bude veoma komplikovano, ali postoje dva osnovna i vrlo jednostavna načina kretanja tela. To su proste harmonijske oscilacije kružne frekvence ω_1 , odnosno ω_2 , a ova dva specijalna stanja kretanja nazivaju se normalne mode. Svako drugo kretanje tela može se predstaviti kao superpozicija ova dva osnovna tipa kretanja.



slika 2.

- a) odrediti kružne frekvence ω_1 i ω_2 , kao i izraze za položaj tela u ova dva moda.
b) Naći zakon kretanja tela ako je u trenutku $t=0$, $v_1=v$ i $v_2=-v$

7. (Morin – Chapter 3, 18.) Springs between walls**

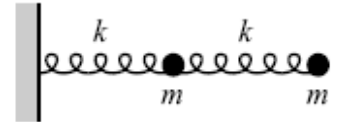
Četiri identične opruge koeficijenata elastičnosti k i tri identične kuglice masa m nalaze se između dva zida. (slika 3.) Naći normalne mode.



slika 3.

8. (Morin – Chapter 3, 19.) Springs and one wall **

Dve identične opruge koeficijenata elastičnosti k i dve identične kuglice masa m su povezane za zid kao na slici 4. Naći normalne mode.



slika 4.

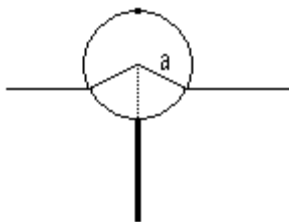
9. (MOF XXVI Olimpijada – 1995., 3) Cilindrični plovak

a) Plovak se sastoji od dva dela: čvrstog cilindra, poluprečnika a i dužine l , koji je napravljen od lakog materijala homogene gustine d , i homogene čvrste šipke pričvršćene direktno spolja na sredini dna cilindra. Masa šipke je jednaka masi cilindra, dužina je jednaka prečniku cilindra i gustina je veća od gustine morske vode (ρ) u kojoj pliva plovak. Izvesti izraz koji povezuje ugao plivanja α (vidi sliku 5.) sa d/ρ u stanju ravnoteže. Zanimariti zapreminu šipke.

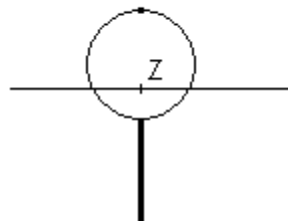
b) Ako se plovak uroni vertikalno za neko malo dz , počće da osciluje gore dole oko ravnotežnog položaja. Odrediti učestanost ovog vertikalnog moda oscilovanja u funkciji od α , g i a , gde je g ubrzanje zemljine teže. Pretpostaviti da se uticaj kretanja vode na dinamiku plovka svodi na efektivno povećanje mase plovka za jednu trećinu. Pretpostaviti da α nije malo (slika 6.).

c) U aproksimaciji da cilindar osciluje oko svoje horizontalne centralne ose, odrediti učestanost oscilovanja u funkciji g i a . Zanimariti kretanje i viskoznost vode u ovom slučaju. Uzeti da je ugao klaćenja mali (slika 7.).

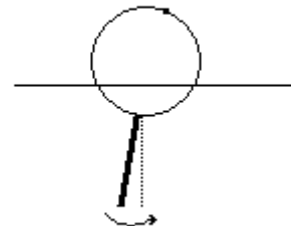
d) U plovku se nalazi osetljiv merač ubrzanja koji može da meri vertikalno kretanje i klaćenje i može ovu informaciju da prenese radio vezom na obalu. Po relativno mirnom vremenu zabeleženo je da je period vertikalnih oscilacija oko 1 sekunde, a period klaćenja oko 1,5 sekunde. Na osnovu ovih podataka pokazati da je ugao plivanja α približno jednak 90° i odatle oceniti poluprečnik plovka i njegovu ukupnu masu ako je dužina cilindra l jednaka a . (Možete uzeti da je $\rho=1000\text{kgm}^{-3}$ i $g=9.81\text{ms}^{-2}$)



slika 5.

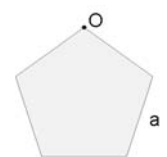


slika 6.



slika 7.

10. Odrediti period oscilovanja klatna oblika pravilne petostrane prizme, stranice a i mase m koje osciluje oko tacke O u ravni slike. (slika 8.).



slika 8.