

## Glava 2

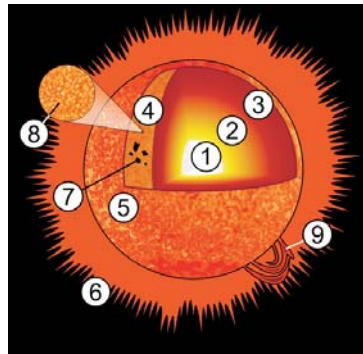
# Zračenje

### 2.1 Energija Sunca

Sunce je zvezda koja se nalazi u centru Solarnog sistema. Sunce je skoro idealnog sfernog oblika i sastoji se od vrela plazme iprepletane magnetnim poljem. Njegov poluprečnik je oko  $6.955 \times 10^5$  km, odnosno oko 109 poluprečnika Zemlje. Masa Sunca je približno  $2 \times 10^{30}$  kg (330 000 masa Zemlje) i predstavlja oko 99,86% mase celog Solarnog sistema. Oko 3/4 mase Sunca je vodonik dok je ostatak uglavnom helijum. Ostatak (oko 1,69% čine teži elementi: kiseonik, ugljenik, neon, gvožđe i drugi).

U pogledu zračenja Sunce je zvezda klase G2V i spada u takozvane žute patuljke jer mu je vidljivi deo zračenja najintenzivniji u žuto-zelenom delu spektra.

Oznaka G2 ukazuje na temperaturu površine Sunca koja iznosi oko 5778 K a oznaka V govori o tome da Sunce, kao i većina zvezda, zvezda glavnog niza odnosno zvezda koja generiše svoju energiju nuklearnom fuzijom jezgara vodonika u helijum.<sup>1</sup> U jezgru Sunca svake sekunde "izgori" 4 300 000

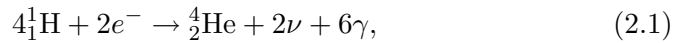


Slika 2.1: 1. Jezgro, 2. Zona radijacije, 3. Zona konvekcije, 4. Fotosfera, 5. Hromosfera, 6. Korona, 7. Sunčeve pege, 8. Granule, 9. Prominijencije.

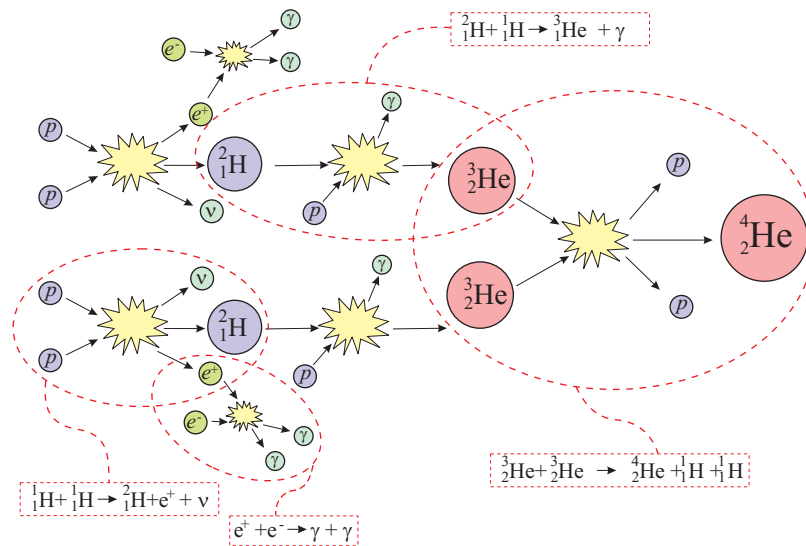
<sup>1</sup>Ovo tvrđenje koje se danas smatra opšte poznatim i prihvaćenim, se prvi put kao ideja javilo tek 1926. godine, kada je ser Artur Stenli Edington pretpostavio da se u Suncu odvija "transmutacija" pomenutih elemenata uz oslobađanje energije. Od ranijih,

000 kg vodonika. Spoljni deo Sunčeve atmosfere koji zovemo korona stalno ispušta deo plazme u svemir u obliku Sunčevog vetra koji se prostire do oko 100 udaljenosti Zemlje od Sunca.

Ogromna energija koju Sunce svakog dana etimuje potiče od nuklearnih fuzionih reakcija koje se odvijaju u njegovoj unutrašnjosti. Kao i većina zvezda Sunce se sastoji u najvećoj meri od vodonika i helijuma u stanju plazme. Usled visokog pritiska i temeperature koji vladaju u jezgru Sunca vodonik je jonizovan, tj. proton je odovojen od elektrona. Jezgra vodonika (protoni) se fuzionušu u jezgra helijuma u procesu koji sumarno može da se predstavi relacijom



gde je sa  $\text{}^1_1\text{H}$  označen proton-jezgro vodonika, sa  $\text{}^4_2\text{He}$   $\alpha$  čestica odnosno jezgro helijuma,  $e^-$  elektron,  $\nu$  je neutrino a  $\gamma$  foton.



Slika 2.2: Proces termonuklearne fuzije u jezgru Sunca.

Masa produkata fuzije (2.11) je manja od masa početnih čestica (leva strana iste jednačine). U skladu sa Ajnštajnovom relacijom  $E = mc^2$  ta razlika u masi se konvertuje u energiju u iznosu od  $26,7 \text{ MeV} = 4,28 \times 10^{12} \text{ J}$ . Da bi došlo do reakcije između protona koji se odbijaju Kulonovom silom,

pogrešnih teorija o ishodištu energije Sunca, interesantno je pomenuti na primer teoriju Hermana Helmholca iz 1850. godine o tome da je ona posledica međusobnog gravitacionog delovanja delova Sunca.

potrebno je da oni imaju dovoljno veliku kinetičku energiju usled koje bi prišli dovoljno blizu da ih "slepe" privlačne nuklearne sile. U centru Sunca pri temperaturi od  $15 \times 10^6$  K protoni imaju dovoljnu energiju da dođe do njihovog spajanja/fuzije. Usled toga se ovaj proces naziva termonuklearna fuzija.

U središtu Sunca ovoliko visoka temeperatura je obezbeđena moćnom gravitacionom silom koja usled velike mase Sunca sabija gasove i pri tome ih zagreva. U procesu sažimanja protozvezde, iz koje je nastalo Sunce, došlo je do porasta pritiska, gustine i temperature. Prosečnu temeperaturu Sunca koju bi ono trebalo da ima u svom stacionarnom režimu, nakon sažimanja do današnjih razmera, je moguće oceniti na osnovu nekoliko opštih stavova iz mehanike i termodinamike. U mehanici se naime pokazuje da je veza srednjih vrednosti kinetičke energije sistema  $E_k$  i njegove potencijalne energije  $\overline{E_p}$  kod (stabilnih) sistema koji interaguju potencijalnim silama data izrazom  $\overline{E_p} = -2\overline{E_k}$ . Pošto radimo grubu procenu temeprature dovoljno je da pretpostavimo da je Sunce sastavljeno samo od protona i elektrona i da ima istu gustinu po čitavoj zapremini. U tom slučaju je srednja kinetička toplotnog kretanja čestica koje čine Sunce data izrazom

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}NkT \approx \frac{3}{2} \frac{M_\odot}{m_p} kT, \quad (2.2)$$

gde je  $N$  broj protona u Suncu a  $m_p$  masa jednog protona. Ukupna gravitaciona potencijalna energija Sunca se može uzeti da je reda veličine

$$E_p \sim -\gamma \frac{M_\odot^2}{R_\odot}, \quad (2.3)$$

jer se može, grubo gledano, smatrati da gravitaciono interaguju "Sunce" i "Sunce" na rastojanju jednakom poluprečniku Sunca  $R_\odot$ . Na osnovu teoreme virijala se dobija da je prosečna temperatura Sunca zadata izrazom

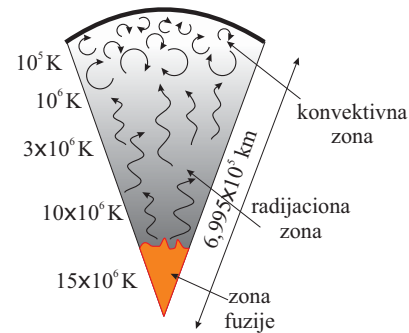
$$T \sim \frac{\gamma M_\odot m_p}{k R_\odot}. \quad (2.4)$$

Zamena brojčanih vrednosti u ovaj izraz daje oko 20 miliona kelvina što predstavlja pravi red veličine za temperaturu Sunca.

Energija nastala u jezgru se ka spoljašnosti Sunca prenosi kroz dva sferna sloja koja okružuju jezgro. Unutrašnji sloj naziva se radijaciona zona a spoljni konvektivna zona. Ova dva sloja su dobila ime po pretežnom načinu prenošenja kroz njih. U oblastima gde se odvijaju nuklearne reakcije, tj. u jezgru, energija se najvećim celom prenosi zračenjem. Kako su elementni

koji se nalaze u jezgru, zbog visoke temperature potpuno jonizovani,  $\gamma$ -fotoni koji nastaju u fuzionoj reakciji se skoro potpuno neometano kreću jer je verovatnoća njihove apsorpcije veoma mala. Ovi fotoni međutim mogu da se raseju na slobodnim elektronima. Svakim procesom rasejanja ili retke apsorpcije fotoni gube deo energije i njihova frekvencija se smanjuje kako se penju ga gornjim slojevima Sunca. Zbog čestih rasejavanja primarni fotoni dospevaju na površinu Sunca tek nakon vremena od oko  $10^6$  godina.

Prenos energije zračenjem odvija se i u radijacionoj zoni. Ova zona se prostire na rastojanju od 0,25 do 0,85 poluprečnika Sunca. Udaljavajući se ka površini Sunca temperatura u ovoj zoni postepeno opada. U blizini gornje granice ove zone temperatura je već dovoljno niska da gas prestaje da bude potpuno jonizovan. Idući ka površini Sunca prvo se pojavljuju neutralni atomi helijuma a zatim i vodonika (energija prve jonizacije helijuma je 24,59 eV a vodonika 13,6 eV.



Slika 2.3: Unutrašnjost Sunca.

Daljim udaljavanjem od jezgra pored neutralnih atoma vodonika počinju da se javljaju i negativni joni vodonika. Jon  $H^-$  ima dva elektrona, oba na prvom nivou sa dve orijentacije spina i to je jedino moguće vezano stanje ovog jona. Energija veze ovog elektrona (istovremeno i energija njegove jonizacije) iznosi svega  $E = 0,75$  eV a njoj odgovara frekvencija  $\nu = E/h$  koja se nalazi u IC oblasti. Ukoliko foton koji ima energiju veću od ove granične pogodi negativan jon vodonika dolazi do procesa koji se zove fotojonizacija. Suštinski foton neutrališe negativan jon. Kako se granična frekvencija za ovaj proces nalazi u IC oblasti spektra EM zračenja negativni joni vodonika apsorbuju EM zračenje od vidljivog do IC dela spektra. Iz tog razloga slojevi u kojima je koncentracija ovakvih jona velika postaju neprozračni. Pošto se, nakon neutralizacije negativnih jona, zračenje ne kreće dalje dolazi do naglog opadanja temperature. Nagli pad temperature dovodi do konvektivnih nestabilnosti i turbulentnih kretanja u površinskim slojevima radijacione zone. U oblasti koja se nalazi između gornje granice radijacione zone i površine Sunca energija više ne može da se prenosi zračenjem već konvekcijom.

U konvektivnim slojevima dolazi do kretanja velikih masa supstance. Nastanak ovakvog kretanja materije u konvektivnoj zoni je direktna posledica Arhimedovog zakona. Gas koji se nalazi blizu konvektivne zone se za-

greva, njegova zapremina se povećava, a gustina se smanjuje. Sila potiska deluje na gas i potiskuje ga naviše. Kada dospe u gornje slojeve konvektivne zone sa nižim temperaturama i pritiscima gas nastavlja da se širi ali i hladi. Dalje ponašanje gasa zavisi isključivo od brzine promene temperature sredine. Ako se temperatura ne bi menjala dovoljno brzo došlo bi do izjednačavanja temperature gasa i okoline i proces konvekcije bi brzo prestao. Srećom, pri bržim promena bez obzira na hlađenje gas ostaje topliji od okoline što obezbeđuje njegovo dalje podizanje, sve dok ne dospe u površinske slojeve Sunca. Tamo on zračenjem gubi energiju, ohladi se i postaje gušći usled čega počinje da tone u dublje slojeve konvektivne zone.

U blizni površine Sunca, zbog njegove male gustine, efikasnost konvektivnog prenosa energije naglo pada. U tom sloju se prenos energije, ponovo dominantno, obavlja zračenjem ali sada u, pre svega, optičkoj oblasti. Gotovo svo elektromagnetno zračenje, koje stiže do nas sa Sunca, potiče sa relativno tankog površinskog sloja koji se naziva fotosfera i predstavlja najniži deo atmosfere Sunca koja se još sastoji od hromosfere i korone.

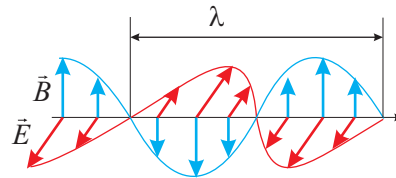
### 2.1.1 Elektromagnetno zračenje

Spektar elektromagnetnog zračenja (EM) se sastoji od: gamma zraka, X-zraka, ultraljubičastih (UV), vidljivog zračenja (svetlosti), infracrvenog (IC) zračenja, mikrotalasnog zračenja i radio talasa. Svi tipovi EM zračenja imaju dve zajedničke karakteristike:

- u vakuumu svi EM talasi se prostiru brzinom svetlosti  $c = 3 \times 10^8$  m/s,
- svi su "dupli" talasi koji se sastoje od električnog i magnetnog talasa.

Električni, odnosno magnetni, talas čini električno, odnosno magnetno, polje čije vrednosti se menjaju periodično u vremenu i prostoru (slika 2.4). Ta dva talasa su u fazi, uzajamno su normalni i normalni su u odnosu na pravac prostiranja (EM talas je transverzalan). Različiti tipovi EM talasa koji su pobrojani se razlikuju po talasnim dužinama. Tipične vrednosti talasnih dužina različitih tipova EM talasa su:

- gama-zraci  $\sim 10^{-12}$  m
- X-zraci  $\sim 10^{-10}$  m
- UV  $\sim 10^{-8}$  m (10-400 nm)
- Vidljivi (optički)  $\sim 10^{-7}$  m (400–700 nm)



Slika 2.4: EM talas se sastoji iz električnog ( $\vec{E}$  je jačina električnog polja) i magnetnog talasa ( $\vec{B}$  je magnetna indukcija) jednakih talasnih dužina  $\lambda$ .

Infracrveni  $\sim 10^{-4}$  m (0,7–100  $\mu\text{m}$ )  
 mikrotalasi  $\sim 1$  mm  
 radio  $\sim 1$  cm –  $10^2$  m.

Početak prošlog veka se ispostavilo da EM zračenje pored talasne ima i čestičnu prirodu. Oblast fizike koja je nastala na osnovu tih rezultata se zove kvantna mehanika. Tako se vidljivo zračenje sastoji od čestica koje se zovu fotoni određene energije. To je dovelo do zaključka da EM zračenje ima dualnu prirodu a u zavisnosti od uslova dominira ili talasni ili čestični aspekt. Kada se EM zračenje ponaša kao talas uočavamo talasne fenomene kao što je to npr. interferencija. Pod određenim uslovima, recimo kada se svetlost ili neko drugo EM zrav cenje, emituje ili apsorbuje ono se ponaša kao čestica.

Energija koju nosi foton je zadata izrazom

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2.5)$$

gde je  $h = 6,626 \times 10^{-34}$  Js Plankova konstanta,  $c$  je brzina svetlosti u vakuumu,  $\nu$  frekvencija zračenja. Iz ove relacije sledi da će fotoni zračenja kraćih talasnih dužina (gama, X i UV) imati veću energiju od fotona ostalih oblasti EM zračenja. Iz toga slede i biološki efekti tj. oštećenja koja oni mogu da izazovu. Fotoni dugotalasnog zračenja nose, u poređenju sa kratkotalasnim zračenjem, relativno malu energiju ali i oni, pod određenim uslovima mogu da izazovu biološke efekte (npr. mikrotalasi u mikrotalasnim reznama). Ovde može da se postavi jedno logično pitanje. Ukoliko mikrotaladni fotoni imaju manju energiju od fotona svetlosti zašto je opasnije staviti glavu u mikrotaladnu rezu nego šetati napolju kada je sunčan dan?

### 2.1.2 Sunce kao crno telo

Pošto je glavna tema ove knjige globalni klimat na Zemlji potrebno je razmotriti: 1) kako svetlost i druge forme energije, tj. EM zračenja emituje Sunce (izvor energije u našem planetarnom sistemu) i 2) kako se to EM zračenje reflektuje, apsorbuje, transmituje, reemituje od strane Zemljine atmosfere i njene površine.

Sunce se nalazi na rastojanju  $1,5 \times 10^{11}$  km od Zemlje a luminoznost mu iznosi  $L_{\odot} = 3,9 \times 10^{26}$  W, što na rastojanju na kome se nalazi Zemlja daje oko  $1380$  W/m<sup>2</sup>.

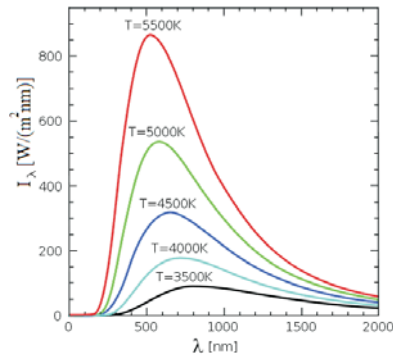
Sunce je u suštini velika lopta vrećeg usijanog gasa. Temperatura njegove površine je oko  $5770$  K i ono zrači upravo zbog toga što je tako toplo. Tačnije, sva tela u prirodi emituju EM zračenje. Vidljivi primeri su sijalice

sa užarenom niti. U njima električna struja prolazi kroz sijalično vlakno koje se usled toga greje i počinje da svetli (tj. da zrači u vidljivoj oblasti). Ukoliko je temperatura niska (slaba struja) vlakno svetli mutno i crvenkaste je boje. Kada je struja jača, temperatura vlakna raste, boja se menja od narandžaste, preko žute do bele, i ako je struja veoma visoka boja postaje plavi casta. Istovremeno intenzitet svetlosti doživljava dramatičan porast. Ukoliko se emitovana svetlost propusti kroz prizmu ili difrakcionu rešetku, događa se difracija svetlosti nakon koje vidimo *neprekidan spektar* u kome su zastupljene sve boje. U spektru veoma vrućeg vlakna, plava i ljubičata boja će biti naročito intenzivne, jer one daju plavičastu boju. U spektru vlakna manje temperature, crvena i narandžasta boja su najintenzivnije jer je i boja vlakna crveno-narandžasta. Merenja pokazuju da će vlakno niže temperature najintenzivnije zračiti u IC oblasti.

Zračenje koje na Zemlju dolazi sa Sunca je "smeša" zračenja različitih talasnih dužina. Proučavajući procese interakcije EM zračenja koje dolazi sa Sunca sa atmosferom Kirhof je došao do određenih zaključaka koji se danas nazivaju po njemu Kirhofovom zakonom. Neka je sa  $a_\lambda$  označena veličina koja se zove apsorptivnost supstance i koja predstavlja deo energije upadnog zračenja određene talasne dužine  $\lambda$  koje je apsorbovano. Kirhof je utvrdio da je odnos intenziteta zračenja date talasne dužine koje emituje supstanca  $I_\lambda$  i njene apsorptivnosti ista za svaku supstancu. Drugim rečima ona ne zavisi od prirode supstance već samo od temperature supstance i talasne dužine zračenja, odakle sledi da se može zapisati u obliku

$$\frac{I_\lambda}{a_\lambda} = B_\lambda(T). \quad (2.6)$$

Tela koja u potpunosti apsorbuju zračenje svih talasnih dužina se smatraju idealnim apsorberima i dobila su naziv (apsolutno) crna tela. Za takve objekte je  $a_\lambda = 1$  za sve talasne dužine pa će za njih, prema relaciji (2.6), funkcija  $B_\lambda(T)$  predstavljati intenzitet njihovog zračenja na datoj temperaturi i datoj talasnoj dužini. Za neko realno telo, obzirom da ono neće u potpunosti apsorbovati zračenje koje padne na njega, bi  $a_\lambda$  bilo manje od



Slika 2.5: Zavisnost intenziteta zračenja crnog tela od talasne dužine za nekoliko temperatura.

jedinice, pa bi važiolo da je  $I_\lambda < B_\lambda(T)$ . Intenzitet zračenja nekog realnog tela na datoj temperaturi i za datu talasnu dužinu zračenja je stoga uvek manji od zračenja crnog tela pod istim uslovima. U skladu sa tim ima smisla definisati veličinu koju ćemo zvati emisivnost  $e_\lambda$  kao odnos intenziteta emitovanog zračenja realnog tela i zračenja koje bi emitovalo crno telo pod istim uslovima, odnosno kao  $e_\lambda = I_\lambda/B_\lambda(T)$ . Posledica je da se Kirhofov zakon (2.6) može zapisati i u obliku  $a_\lambda = e_\lambda$  koji ukazuje na činjenicu da su emisivnost i apsorptivnost datog tela međusobno jednake.

Kao što je već naglašeno, intenzitet zračenja koje telo emituje, osim od temperature, zavisi i od talasne dužine emitovanog zračenja. Tačna zavisnost je predstavljena Plankovim zakonom zračenja

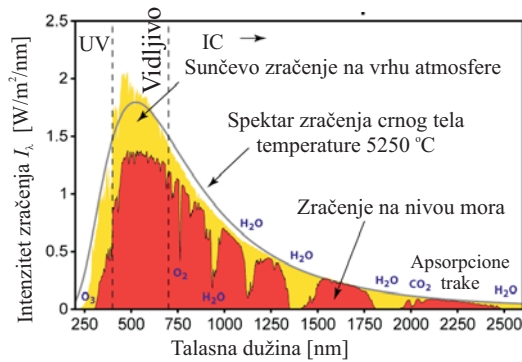
$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (2.7)$$

Ovaj zakon je za crna tela grafički predstavljen na slici 2.5. Bez obzira na činjenicu da je reč o spektru zračenja idealnog tela (idealno crna tela u prirodi ne postoje), eksperimenti su pokazali da je ova zavisnost približno ista za većinu realnih tela koja zrače. Sa slike se tako može videti da je registrovani spektar zračenja Sunca zaista blizak idealnom zračenju crnog tela iste temperature (5787 °C) opisanog Plankovim zakonom zračenja (slika 2.6).

Primetimo da u neprekidnom spektru crnog tela (slika 2.5), vrednost talasne dužine za koju spektar ima maksimum, zavisi od temperature. Hladnija crna tela imaju maksimum spektra za kraće talasne dužine od toplijih. Talasna dužina ovog maksimuma je zadata Vinovim zakonom

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \quad (2.8)$$

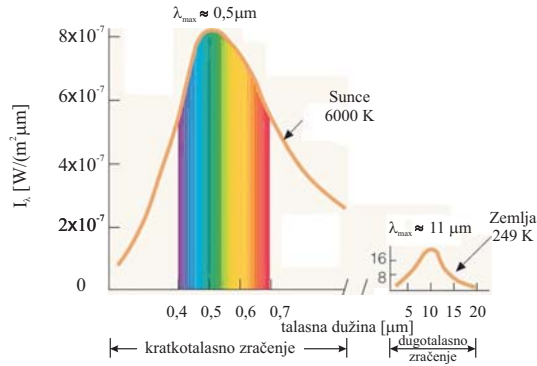
gde je sa  $b$  označena Vinova konstanta koja ima vrednost 0,0029 m·K.



Slika 2.6: Spektar Sunca na vrhu atmosfere i na nivou mora.



U skladu sa ovim zakonom crno telo koje ima temperaturu oko 6000 K (što približno odgovara temperaturi Sunca) najviše emituje na talasnoj dužini  $\lambda_{max} \approx 0,5 \mu\text{m}$ , dok crno telo temperature 300 K (približna temperatura Zemlje) emituje maksimalno na  $\lambda_{max} \approx 10 \mu\text{m}$ . Na slici 2.7 su uporedno prikazani spektri solarnog zračenja koje, obzirom na temperaturu Sunca ima maksimum u vidljivoj oblasti, i zračenja Zemlje koje ima maksimum u infracrvenoj oblasti. Uočava se da se maksimumi zračenja nalaze baš na mestima na koje je ukazao Vinov zakon. Takođe treba uočiti razliku u površinama ispod grafika koja je posledica razlike u temperaturama tela koja zraše (ovo je u skladu sa Štefan-Bolcmanovim zakonom).



Slika 2.7: Plankove krive zračenja za Sunce i Zemlju.

Kada temperatura crnog tela raste, talasna dužina maksimuma u spektru crnog tela se pomera ka ljubičastom delu spektra. U isto vreme, međutim, raste i intenzitet zračenja na svim talasnim dužinama. To znači da će ukupna snaga-luminoznost (energija u jedinici vremena) koju zrači celo crno telo takođe rasti. Ukupna luminoznost (ukupna po svim talasnim dužinama na kojima telo zrači i sa cele njegove površine) je zadata Štefan-Bolcmanovim zakonom

$$L = S\sigma T^4, \quad (2.9)$$

gde je  $S$  površina crnog tela a  $\sigma$  Štefan-Bolcmanova konstanta koja ima vrednost  $5,671 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ . Veličina  $F = \sigma T^4$  predstavlja fluks koji se emituje sa površine crnog tela (energiju koja se emituje u jedinici vremena sa jedinice njene normalne površine).

Da Sunce u dovoljno dobroj aproksimaciji zrači kao crno telo se vidi sa slike 2.6. Na ovoj slici se mogu uočiti i neke razlike koje će kasnije biti diskutovane.

### Vinov zakon kao posledica Plankovog zakona

Vinov zakon se, relativno lako, može dobiti iz Plankovog zakona na sledeći način. Određivanje talasne dužine na kojoj telo zrači najintenzivnije se, u matematičkom smislu, svodi na određivanje uslova pod kojima funkcija

(2.8) ima maksimum. Radi lakšeg rada je zgodnije uvesti smenu  $x = hc/(kT\lambda)$  i potražiti izvod funkcije koja se dobija nakon te smene u jednačini (2.8). Kako je izvod

$$\frac{dB_x}{dx} \sim \frac{5x^4(e^x - 1) - e^x x^5}{(e^x - 1)^2},$$

on je jednak nuli kada je imenilac jednak nuli, tj. kada važi da je

$$x = 5 - 5e^{-x}.$$

Dobijena je transcendentna jednačina koja se može rešiti grafički ali može i iteracijama. Pri tome ćemo na desnoj strani zamenjivati pretpostavljene i dobijene vrednosti za levu stranu. Izgled leve strane sugerise da treba prvo pretpostaviti da je  $x_0 = 5$ . Pravo rešenje je naravno manje od toga i do njega će se doći u daljem iterativnom postupku. Zamena te vrednosti za  $x$  na desnu stranu ove jednačine, daje

$$x = 5 - 5e^{-5} \approx 4,97.$$

Ovu vrednost ćemo označiti kao  $x_1 = 4,97$  i zameniti na desnu stranu prethodnog izraza i tako dobiti narednu vrednost za  $x$  koja će, obzirom da je reč o drugom koraku, biti označena za  $x_2$ . Dakle, ona ima vrednost

$$x_2 = 5 - 5e^{-4,97} \approx 4,9651 \approx 4,97.$$

Vidi se da je već u prvom koraku dobijena dobra vrednost tako da posmatrana funkcija ima maksimum za vrednost  $x = 4,97$ . Odavde se, za proizvod talasne dužine koja odgovara maksimumu zračenja i temperature na kojoj se to odvija dobija

$$\lambda_{max}T = \frac{hc}{k4,97} \approx 2,9 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K},$$

što se poklapa sa ranije navedenom vrednošću Vinove konstante.

## 2.2 Emisioni i apsorpcioni spektri

### 2.2.1 Atomiški spektri

U prethodnom poglavlju je napomenuto da čvrsta tela, tečnosti i čak i gusti gasovi mogu da emituju EM zračenje posebnog tipa koji se naziva zračenje

crnog tela. Materija, naročito gasovi male gustine, može da emituje i apsorbuje EM zračenje i na nešto drugačiji način. U stvari materija može da proizvede tri različita tipa spektara. To su:

- neprekidni spektar (kao kod crnog tela),
- emisioni spektar, i
- apsorpcioni spektar.

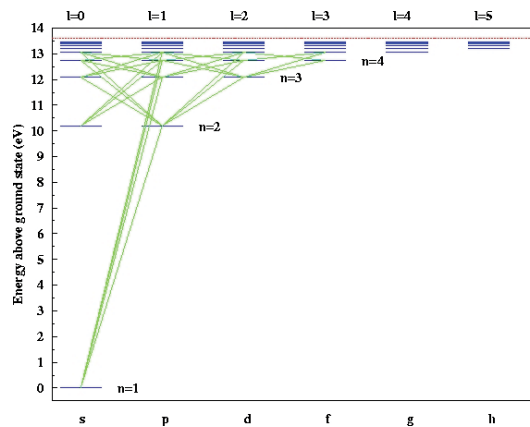
Neka je neka cev napunjena gasom male gustine i neka je na nju dovedena struja visokog napona koja prolazi kroz gas. Gas će početi da svetli. Ukoliko se dobijena svetlost propusti kroz prizmu (tj. izvrši njena disperzija i dobije spektar), neće se uočiti neprekidni spektar u kome su

zastupljene sve talasne dužine već spektar u kome se javljaju jasne, diskretne, linije koje se nazivaju emisije (slika 2.8). Prisustvo emisionih linija znači da gas emituje svetlost samo na određenim talasnim dužinama (odnosno energijama). Takav spektar se naziva emisioni spektar i on je karakterističan za gasove male gustine. U eksperimentima su cevi punjene različitim gasovima i pokazano je da se njihovi emisioni spektri toliko razlikuju da je postalo moguća identifikacija gasa na osnovu njegovog emisionog spektra.

Da bi se razumelo kako se stvaraju emisioni spektri i zašto se razlikuju od elementa do elementa, dovoljno je imati u vidu da, u skladu sa kvantnom mehanikom, elektroni koji su vezani za atom mogu da imaju samo određene vrednosti energija. Ove energije se nazivaju "energijski nivoi" i određeni su takozvanim kvantnim brojevima: *glavnim* kvantnim brojem  $n$  i *orbitalnim* kvantnim brojem  $l$ . Najniži energijski nivo na kome je  $n = 1$  naziva se osnovno stanje.



Slika 2.8: Emisioni spektri vodonika i gvožđa.



Slika 2.9: Energijski nivoi vodonikovog atoma i prelazi dozvoljeni selekcionim pravilom.

Elektron može da pređe sa jednog nivoa na drugi emitujući i apsorbujući foton. Prelazak elektrona usled emisije ili apsorpcije fotona se naziva *radijativni prelaz* a kod tih prelaza važe takozvana *selekciona pravila*. Na primer, *dozvoljeni* su prelazi pri kome za promenu orbitalnog kvantnog broja važi  $\Delta l = \pm 1$ .

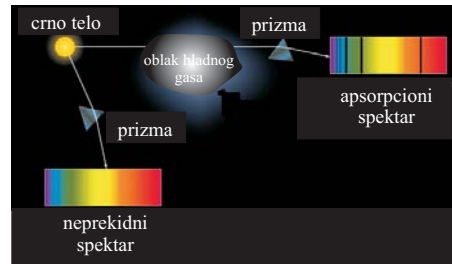
Ukoliko elektron prelazi sa višeg nivoa na niži, emituje se foton čija talasna dužina je određena razlikom energija ova dva nivoa (jednačina 2.17) i nastaje jedna emisiona linija. Emisioni spektar datom atoma se sastoji od fotona koji su nastali svim mogućim prelazima za dati atom. Da bi elektron izvršio radijativni prelaz sa nižeg na viši energijski nivo mora da apsorbuje foton talasne dužine koja tačno odgovara razlici energija posmatranih nivoa.

Način dobijanja apsorpcionog spektra je prikazan na slici 2.10 koji se svodi na posmatranje izvora neprekidnog zračenja (neko crno telo) kroz relativno hladana, redak oblak nekog gasa. Atomi tog gasa su sposobni da apsorbuju, u procesima koji su upravo opisani, fotone koji potiču iz izvora neprekidnog zračenja, ali samo ukoliko oni imaju tačno određene energije (talasne dužine). Ove energije pri tome odgovaraju energijama mogućih prelazaka u atomu. Odavde se zaključuje da će dobijeni spektar zapravo biti neprekidni spektar koji ima tamne linije na tim talasnim dužinama na kojima je došlo do apsorpcije. Ove talasne dužine tačno odgovaraju talasnim dužinama na kojima taj isti atom emituje svetlost.

Različiti atomi imaju različite energijske nivoe, što odgovara različitim talasnim dužinama u njihovim emisionim i apsorpcionim spektrima. Spektar većine zvezda, uključujući Sunce, je apsorpcioni (slika 2.6).

Važno je napomenuti da prelasci elektrona mogu da se dese i pri neelastičnim sudarima sa drugim atomima ili subatomske česticama. Tako elektron može da pređe na viši

ili niži energijski nivo i u procesu sudara (kada ili dobije ili izgubi energiju koja odgovara razlici energija neka dva nivoa u atomu). Taj proces se upravo dešava u cevima punjenim gasom koje svetle kada se na njih dovede visoki napon. U njima se odvija tada proces koji se naziva električno pražnjenje. Tokom njega se elektroni sudaraju sa atomima u gasu, pobuđuju njihove valentne elektrone sa osnovnih stanja na više energijske nivoe. Elektroni se zatim vraćaju u niža, stabilnija, energijska stanja putem radijacionog

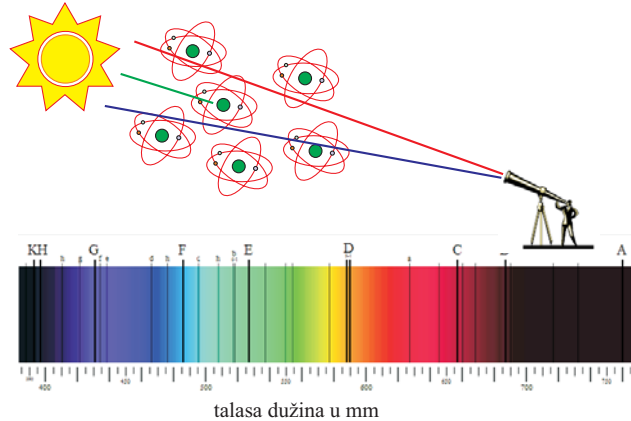


Slika 2.10: Dobijanje apsorpcionog spektra.

prelaza prilikom koga se emituje svetlost usled koje gas sija.

### 2.2.2 Fraunhoferove apsorpcione linije

Nemački fizičar Jozef fon Fraunhofer je 1814. godine u spektru zračenja Sunca otkrio niz tamnih linija.<sup>2</sup> Fraunhofer je otkrio oko 570 linija, izmerio njihove talasne dužine i označio linije slovima od A do K. Danas je registrovano više od 3 000 linija.



Slika 2.11: Fraunhoferove apsorpcione linije u spektru Sunca.

Oko 45 godina kasnije Kirhof i Bunzen su otkrili da se Fraunhoferove linije poklapaju sa karakterističnim emisionim linijama identifikovanim u spektrima koje zrače zagrejeni elementi na Zemlji.<sup>3</sup> Na osnovu toga su ispravno zaključili da su tamne linije u spektru Sunca izazvane apsorpcijom tih istih hemijskih elemenata u Sunčevoj atmosferi. Na taj način su zaključili da u Sunčevoj fotosferi, pored ostalih elemenata, postoje H, He, Mg, Ca, Fe. Za neke linije su utvrdili da su posledica apsorpcije u atmosferi Zemlje (npr. molekulskim kiseonikom  $O_2$ ).

### 2.2.3 Molekulski spektri

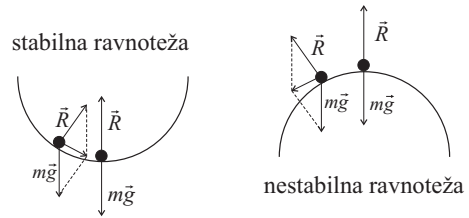
<sup>2</sup>Prvi tamne je ove linije u stvari uočio engleski hemičar Viljem Hajd Volaston 1802. godine ali ih je Fraunhofer nezavisno od njega ponovo otkrio i detaljno proučio.

<sup>3</sup>Kirhof i Bunzen su autori takozvanog *principa identičnosti* po kome jedna supstanca, gde god da se nalazi, emituje ili apsorbuje elektromagnetno zračenje uvek istih talasnih dužina.

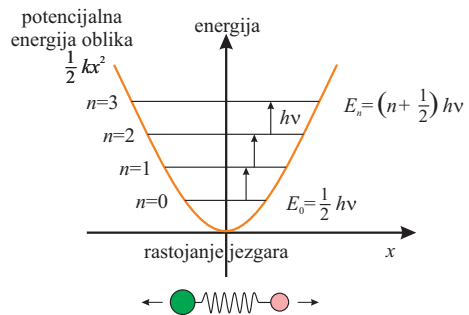
Za interakciju EM zračenja koje dolazi sa Sunca sa atmosferom Zemlje je važnije proučiti molekulske spektre. Najstabilnija konfiguracija atoma je kada je njegova spoljašnja ljuska potpuno popunjena; da bi došao u to stanje atom može da izgubi, dobije ili podeli elektrone sa drugim atomom. Na primer, atom vodonika ima jedan elektron u spoljašnjoj ljusci i da bi je kompletirao nedostaje mu još jedan elektron. Taj elektron može da dobije ili formirajući negativan jon ( $H^-$ ), koji je važan sastojak zvezdanih atmosfera, ili deleći elektron sa nekim drugim atomom. Ukoliko je taj drugi atom takođe vodonik, gradi se molekul  $H_2$ . Veza između dva pozitivna jezgra se u tom slučaju formira zajedničkim elektronskim "oblakom" koji se nalazi oko njih. Dva ili više atoma mogu da se vežu zajedno u dvoatomne ili višeatomne molekule respektivno. Mnogi molekuli koji postoje u Zemljinj atmosferi su višeatomni (npr.  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$ , ...) ali će ovde na dalje, radi jednostavnosti, biti razmatrani samo dvoatomni.

Rastojanje između dva jezgra u dvoatomnu molekulu nije fiksirano, pa jezgra mogu da se kreću pod uticajem potencijalne energije koja je zbir energija elektrona i Kulonove potencijalne energije jezgra. Elektroni, budući da su negativni privlače jezgra i teže da ih dovedu što bliže, sa druge strane jezgra se, budući da su pozitivna, odbijaju. Kada su te dve sile jednake molekul je u stanju ravnoteže. Stanje ravnoteže odgovara ili minimumu ili maksimumu potencijalne energije sistema.

Ukoliko je ravnoteža postignuta u stanju minimuma potencijalne energije, molekul je stabilan i jezgra mogu na dalje da osciluju oko stanja ravnoteže. Nestabilna ravnoteža se postiže u stanju maksimalne potencijalne energije (slika 2.12). U stanju nestabilne ravnoteže molekul nije stabilan i u njemu postoji težnja da se rasturi odnosno *disocira*. Jedan od osnovnih rezultata kvantne mehanike je da je energija oscilatornih kretanja kvantovana: za čisti harmonijski (prosti) oscilator, koji u dobroj meri aproksimira ponašanje dvoatomnog molekula,



Slika 2.12: Stabilna i nestabilna (labilna) ravnoteža u gravitacionom polju.



Slika 2.13: Energijski nivoi oscilatora.

dozvoljena energijska stanja su

$$E_{osc} = E_n = h\nu \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (2.10)$$

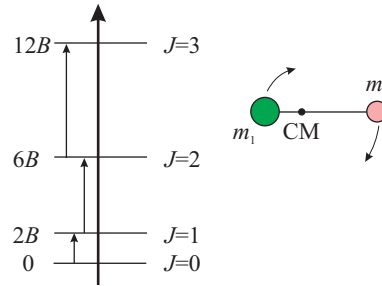
gde je  $\nu$  frekvencija oscilovanja a  $n$  je oscilatorni kvantni broj koji uzima celobrojne vrednosti (0,1,2,...).

Na slici 2.13 su prikazani diskretni energijski nivoi oscilatora. Puna parabolična linija je standardna kriva linija koja reprezentuje potencijalnu energiju linearnog oscilatora u zavisnosti od njegove elongacije. U ovom slučaju elongacija odgovara povećanju odnosno smanjenju međujezgarog rastojanja u odnosu na ravnotežno kome odgovara elongacija  $x = 0$ . Oscilatorni energijski nivoi su indeksirani oscilatornim kvantnim brojem  $n$  i nalaze se na jednakim međusobnim rastojanjima  $h\nu$ . Složena veza između jezgara je uprošćeno prikazana preko jedne opruge krutosti  $k$ .

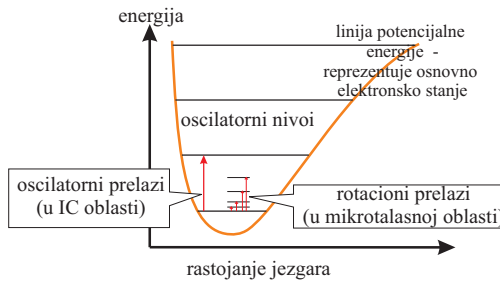
Rotacioni energijski nivoi su superponirani na oscilatorne energijske nivoe (slika 2.15).

Osim oscilovanja dvoatomni molekul može i da rotira oko ose koja prolazi kroz centar masa dva jezgra i koja je normalna u odnosu na liniju koja povezuje dva jezgra (slika 2.14). Energija rotacije molekula je takođe kvantovana (ne može da ima bilo koje vrednosti) i zadata je izrazom

rotacioni energijski nivoi  $E=BJ(J+1)$



Slika 2.14: Energijski nivoi rotatora.

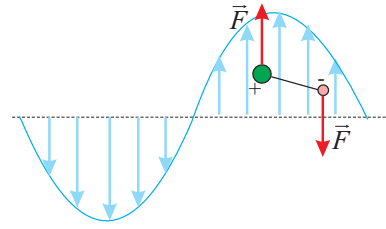


Slika 2.15: Oscilatorni i rotacioni energijski nivoi dvoatomnog molekula.

$$E_{rot} = E_J = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1), \quad (2.11)$$

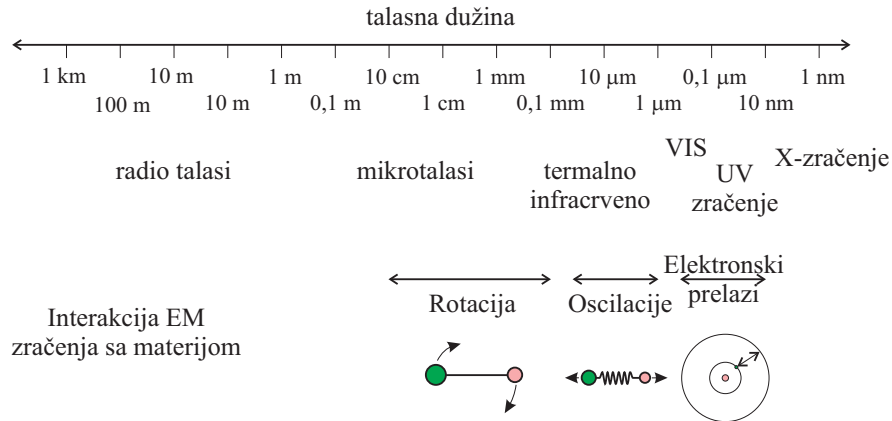
$$E = h\nu \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1). \quad (2.12)$$

u kome se obično uvodi oznaka  $B = \hbar^2/(2I)$ . U ovom izrazu je  $\hbar = h/(2\pi)$  a  $J$  je takozvani rotacioni kvantni broj koji, kao i oscilatorni, ima celobrojne vrednosti dok je  $I$  moment inercije molekula.<sup>4</sup> Rotacioni nivou su superponirani na oscilatorne nivoe (slika 2.15) a njihova energija je u opštem slučaju mnogo manja od oscilatorne energije. To znači da je ukupna energija molekula data izrazom



Slika 2.16: Električno polje EM talasa deluje spregom sila na električni dipol molekula.

### Ukupna energija molekula



Slika 2.17: Spektar EM zračenja.

Ukupna energija molekula u stvari sadrži, kao dominantan deo, i energiju elektronskih nivoa. Ukoliko pretpostavimo da su sve one međusobno nezavisne (što znači da se energijski prelazi između elektronskih, oscilatornih i rotacionih nivoa, odvijaju nezavisno), ukupna energija je data izrazom

$$E = E_{el} + E_{osc} + E_{rot}, \quad (2.13)$$

a njena promena

$$\Delta E = \Delta E_{el} + \Delta E_{osc} + \Delta E_{rot}. \quad (2.14)$$

<sup>4</sup>Moment inercije je veličina koja pokazuje kako je masa atoma koji čine molekul raspodeljena oko centra masa. Što su atomi dalje i što su veće mase veći je i moment inercije.



Važno je napomenuti da su redovi veličine promena odgovorajućih delova promene energije molekula

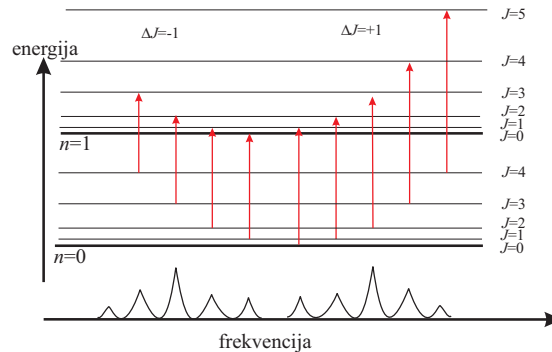
$$\Delta E \approx 10^3 \Delta E_{osc} \approx 10^6 \Delta E_{rot}, \quad (2.15)$$

odakle je jasno da pripadaju različitim delovima spektra elektromagnetnog zračenja.

### Selekciono pravilo za molekulske prelaze i molekulske spektri

Molekuli prelaze sa jednog energijskog nivoa na drugi emitujući ili apsorbirajući foton, ili učestvujući u sudarima, slično kao što je to bilo opisano kod elektronskih prelaza u atomu. Pri emisiji i apsorpciji fotona kod molekulske prelaze takođe postoje *selekciono pravilo* koje glasi  $\Delta J = \pm 1$ . Oni važi očigledno samo za prelaze između rotacionih stanja dok za oscilatorna ne postoji selekcija prelaza. To dovodi do toga da su molekulske spektri *trakasti* pri čemu se svaka traka sastoji od bliskih spektralnih linija (koje odgovaraju prelazima između rotacionih stanja za koja je  $\Delta J = \pm 1$  za datu vrednost promene oscilatornog kvantnog broja  $\Delta n$ ). Posmatrana traka je pri tome odvojena mnogo većom razlikom u energiji od druge trake koja se dobija za neku drugu vrednost  $\Delta n$  (slika 2.18).

Opisani prelazi daju spektre u infracrvenom delu spektra i igraju važnu ulogu u fizici planteranih atmosfera. Osim prelazaka između rotacionih i oscilatornih stanja, molekuli mogu da vrše prelaske i između elektronskih stanja (u kojima spoljašnji elektron u elektronskom oblaku može da pređe na viši ili na niži nivo). Elektronskim prelazima odgovaraju mnogo veće energije od oscilatornih i rotacionih pa se zbog toga odgovarajući spektri nalaze u bliskom IC, vidljivom ili UV delu spektra EM zračenja.



Slika 2.18: Rotaciono-oscilatorni prelazi u dvoatomnom molekulu.

Za klimatske uslove na Zemlji su jako bitna tri molekula koja se nalaze u našoj atmosferi. To su molekuli vodene pare, ugljen dioksida i ozona. Vodena para i ugljen dioksid apsorbuju jako u IC oblasti spektra, dok ozon

apsorbuje i u IC i u UV oblasti. Njegova UV apsorpcija je od krucijalne važnosti za život na Zemlji jer ga štiti od štetnog dejstva ovog zračenja.

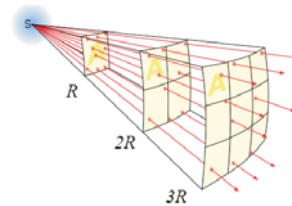
Posledica apsorpcije molekula  $H_2O$  i  $CO_2$  u IC oblasti je "zarobljavanje" *termalnog* IC zračenja u nižim slojevima atmosfere što čini površinu Zemlje toplijom nego što bi bila u odsustvu atmosfere. To je primarni faktor koji izaziva *efekat staklene bašte*. Ozon, sa druge strane, se nalazi u višim slojevima atmosfere. Apsorbujući UV zračenje, sa jedne strane, štiti živi svet na površini Zemlje od njegovog štetnog uticaja, a sa druge strane to izaziva zagrevanje stratosfere i stvaranje temperaturne inverzije u ozonskom sloju.

Rotacioni spektri su registrovani samo kod molekula koji su *polarni* tj. imaju permanentan dipolni moment (odvojene centre pozitivnih i negativnih naelektrisanja). Simetrični molekuli (npr. dvoatomni vodonik  $H_2$ ) nemaju permanentan dipolni moment ali asimetrični molekuli (npr. CO) poseduju značajnu asimetriju u raspodeli naelektrisanja pa su prema tome polarni. Oscilatorni spektri se javljaju ukoliko se dipolni moment molekula menja u toku oscilovanja dok se elektronski spektri mogu dobiti kod svih molekula.

## 2.3 Temperature planeta

### 2.3.1 Albedo planeta i njihova Plankova temperatura

U suštini, celokupna razmena energije između Zemlje i ostatka univerzuma se odvija putem zračenja. Zemlja i njena atmosfera sa jedne strane konstantno apsorbuju dolazno solarno zračenje a sa druge strane emituju sopstveno u vasionu. Činjenica da su i temperatura atmosfere i temperatura površine Zemlje u proseku konstantne, upućuje na zaključak da se Zemlja oslobađa energiju u jednakom iznosu u kome je i prima od Sunca. Jasno je pri tome da je jedini mehanizam kojim ona može da se oslobodi te energije, odnosno toplote, emisija elektromagnetnog zračenja u kosmos od strane njene atmosfere. Kao što je već rečeno, posledica jednakosti primljenog i emitovanog zračenja je činjenica da Zemlja ima konstantnu prosečnu temperaturu, što znači da je ona u stanju takozvane termalne ravnoteže.



Slika 2.19: Izračena energija prolazi kroz sve veće i veće površine.

Ovo poglavlje će biti posvećeno izračunavanju temperature tri terestrične planete: Venere, Zemlje i Marsa kao i Meseca. Za početak će biti pretpostavljeno da ova četiri nebeska tela nemaju atmosferu što znači da neće biti uzeti u obzir eventualni komplikovani efekti koje atmosfere mogu da imaju na temperaturu ovih planeta.

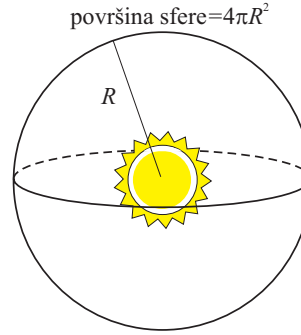
Sunce ima luminoznost  $L$  koja predstavlja elektromagnetnu energiju koju ono izrači u jedinici vremena ( $L = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ ). Ovo zračenje, koje za Sunce ima vrednost  $3,9 \times 10^{26}$  W se emituje izotropno, tj. u jednakim iznosima u svim pravcima. Kako ono sa vremenom prolazi kroz sve veće i veće površi (slika 2.19), ukoliko nas zanima koji deo te energije, u jedinici vremena, prolazi na jedničinu površinu koja se nalazi na rastojanju  $R$  od Sunca, potrebno je podeliti njegovu luminoznost veličinom ukupne površine kroz koju se prenosi (slika 2.20). Veličina koja se na taj način dobija se zove fluks datog zračenja a kako se radi o sfernim površinama tražena on je zadata izrazom

$$F_S = \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (2.16)$$

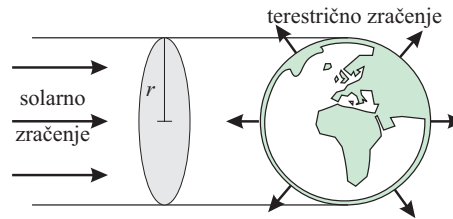
i smanjivaće se sa rastojanjem od Sunca.

Ukoliko se vrednost veličine  $F_S$  izračuna za rastojanje na kojima se nalaze planete rezultati će predstavljati količine energija koje im "isporučuje" Sunce u svakoj sekundi i na svaki metar kvadratni njihove površine. Zbog velikog značaja dobijeni fluks ima poseban naziv *solarna konstanta*. Solarna konstanta Zemlje, koja je na rastojanju  $1,5 \times 10^{11}$  km od Sunca iznosi  $F_S = 1380$  W/m<sup>2</sup>.

Neka se planeta poluprečnika  $r$  kreće po cirkularnoj orbiti poluprečnika  $R$  oko Sunca. Zračenje sa Sunca pada na jednu polovinu planete dok je njena druga polovina (hemisfera) tada u mraku. Kako planete rotiraju oko svoje ose relativno brzo, može se smatrati da se one ipak prilično ravnomerno zagrevaju.

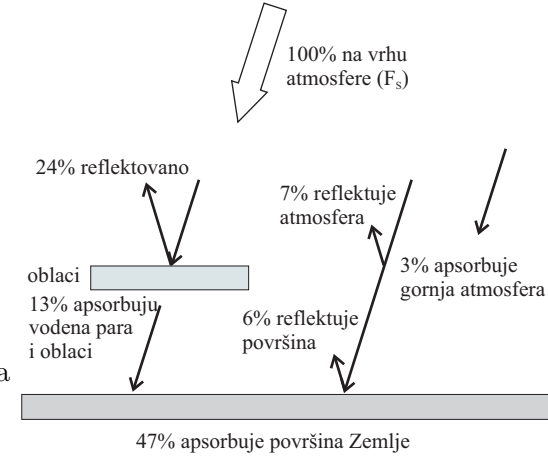


Slika 2.20: Smisao solarne konstante.



Slika 2.21: Upadno solarno i terestrično zračenje.

Zračenje koje pada na planetu poluprečnika  $r$  stoga nju "vidi" kao krug površine  $\pi r^2$  pa će na njega doći u svakoj sekundi  $F_S \pi r^2$  energije. Svaka planeta je međutim delimično reflektivna za upadno zračenje. Odnos zračenja koje se odbija i upadnog zračenja se naziva *albedo* planete i obično označava slovom  $a$  (za Zemlju albedo iznosi oko 0,37). To znači da je planeta apsorbirala  $1 - a$  udeo upadnog fluksa zračenja koje je palo na nju. Planeta prema tome, u jedinici vremena, primi energiju iznosa



Slika 2.22: Prosečni energetski budžet sisteme Zemlja-atmosfera.

$$(1 - a)F_s \pi r^2$$

Primljeno zračenje zagreva planetu do neke temperatura pa ona počinje da zrači kao crno telo čija površina ima neku temperaturu  $T_p$ . Prema Štefan-Bolcmanovom zakonu energija koju izrači crno sferno telo temperature  $T_p$  i poluprečnika  $r$  je

$$4\pi r^2 \sigma T_p^4.$$

Sa vremenom se temperatura planete stabilizuje na nekoj vrednosti koja se naziva Plankova temperatura koja je određena ravnotežom apsorbovanog i emitovanog zračenje u svakoj sekundi

$$(1 - a)F_s \pi r^2 = 4\pi r^2 \sigma T_p^4, \quad (2.17)$$

odakle se za Plankovu temperaturu dobija

$$T_p = \left( \frac{F_S(1 - a)}{4\sigma} \right)^{1/4}. \quad (2.18)$$

Zamenom brojčanih vrednost, za temperaturu se dobija  $T_p = 249$  K. U poređenju sa aktuelnom srednjom temperaturom Zemlje koja iznosi oko  $15^\circ \text{C} = 288$  K Plankova temperatura je niža za oko 40 K. Ova razlika se pojavila usled toga što je u proračunu zanemareno postojanje atmosfere

Telo	Udaljenost od Sunca	albedo	$T_p$ [K]	$T_{sr}$ [K]	period rotacije
Merkur	$5,79 \times 10^7$ km	0,06	443	363	59 dana
Venera	$1,08 \times 10^8$ km	0,65	253	750	243 dana
Zemlja	$1,50 \times 10^8$ km	0,37	249	288	1 dan
Mesec	$1,50 \times 10^8$ km	0,07	275	248	27,3 dana
Mars	$2,28 \times 10^8$ km	0,15	218	213	1,03 dana

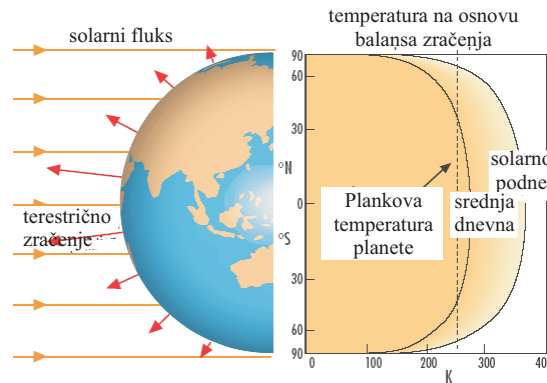
Tabela 2.1: Temperature planeta.

planete. Sledeća tabela prikazuje srednje temperature pet terestričnih tela Sunčevog sistema.

Uočava se da se Plankova temperatura  $T_p$  i srednja temperatura  $T_{sr}$  približno poklapaju jedino za Mars. U slučaju Merkura koji je najbliži Suncu i praktično nema atmosfere, temperatura ima jako velike varijacije.<sup>5</sup> Iako se Venera nalazi na većoj udaljenosti njena temperatura ima znatno veću vrednost što je posledica jako guste atmosfere. Takođe treba uočiti da se temperature Meseca, iako je praktično jednako udaljen od Sunca kao i Zemlja, razlikuju zbog manjeg albeda i odsustva atmosfere.

### Uticaj oblika Zemlje na njenu temperaturu

Usled sferičnog oblika Zemlje ekvatorijalni regioni na koje zraci padaju pod pravim uglom dobiju više energije po jedinici površine nego polovi na koje zračenje pada pod velikom kosinom. Kako svaka oblast mora da bude u radijacionom balansu (koliko energije primi (dolazno kratkotalasno zračenje) toliko mora i da emituje (odlazno dugotalasno)) evatori-



<sup>5</sup>Usled velikog perioda rotacije i njegove veze sa periodom kretanja oko Sunca, neki delovi Merkura primaju mnogo veću količinu toplote od ostalih. Takođe usled velikog perioda rotacije (59 zemaljskih dana) toplota ne stigne da se rasporedi ravnomerno po Merkur pa zato i tolika razlika između izračunate i izmerene temperature.

jalni pojas bi trebao da dostiže temperaturu od oko  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $373\text{ K}$ ) u solarno podne a polovi bi imali temperaturu oko  $0\text{ K}$ . U realnosti atmosferska i okeanska strujanja prenose toplotu sa ekvatora ka polovima što menja temperaturni gradijent.

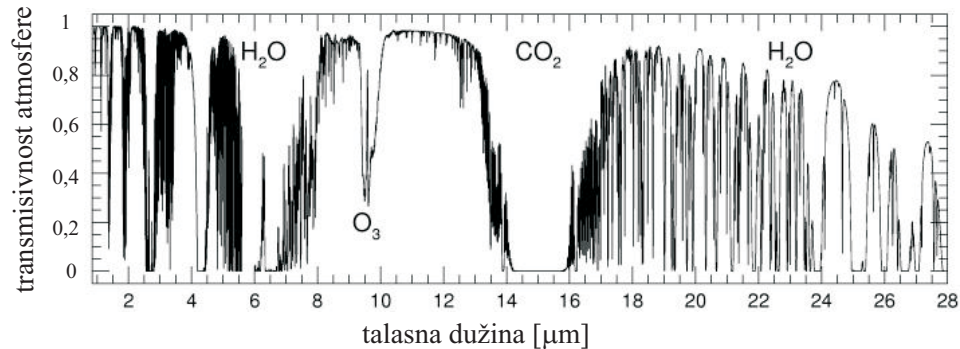
### 2.3.2 IC zračenje i efekat staklene bašte: uticaj na atmosferu

Plankova temperatura Zemlje do  $249\text{ K}$  je temeperatura koja se dobija na osnovu jednakosti upadne Sunčeve energije i IC zračenja koje emituje Zemlja uz zanemarivanje postojanja atmosfere. To takođe znači da će Zemlja bez atmosfere zračiti EM energiju kao crno telo temperature  $249\text{ K}$ . Ukoliko se ta temperatura unese u Vinov zakon (2.8), za talasnu dužinu koja odgovara maksimumu zračenja, se dobija

$$\lambda_{max} = \frac{0,0029}{249} = 11,6\ \mu\text{m}.$$

To znači da Zemlja najviše zrači u termalnoj IC oblasti. Šta se međutim događa sa tim zračenjem?

Ukoliko Zemlja ne bi imala atmosferu, to termalno IC zračenje bi direktno bilo emitovano u kosmos, a srednja temperatura Zemlje bi ostala  $249\text{ K} = -24\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Atmosfera međutim deo tog zračenja zadržava usled čega njena temperatura, kao i temperatura Zemlje, raste.



Slika 2.24: IC transmitsivnost atmosfere.

Analiza pokazuje da su samo određeni gasovi u atmosferi Zemlje efikasni u zadržavanju odnosno apsorbovanju odlaznog IC zračenja. Najzastupljeniji gasovi u atmosferi ( $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ ) su potpuno transparentni za IC zračenje. Najefikasniji u zadržavanju odlaznog IC zračenja su molekuli  $\text{H}_2\text{O}$  i  $\text{CO}_2$  koji

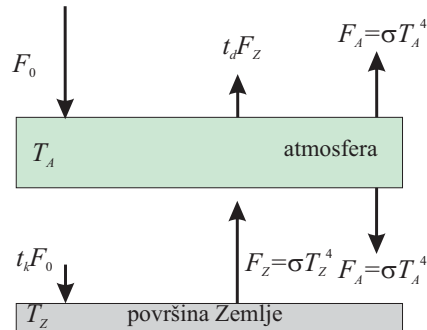
imaju tu osobinu jer imaju jako izražene apsorpcione trake u termalnoj IC oblasti. Slika 2.24 prikazuje transmitivnost atmosfere u odnosu na zračenje koje emituje Zemlja. Na vertikalnoj osi je naneta transmitivnost koja predstavlja odnos intenziteta zračenja koje je prošlo kroz atmosferu i intenziteta zračenja koje je sa nje krenulo u zavisnosti od njegove talasne dužine. To znači da na mestima gde je transmitivnost mala postoji apsorpcija zračenja od strane atmosfere. Sa slike se vidi da za  $\text{CO}_2$  postoji jaka apsorpcija na talasnoj dužini od  $15 \mu\text{m}$  (postoji takođe i na talasnoj dužini  $4,3 \mu\text{m}$ ). Na slici se može uočiti i da  $\text{H}_2\text{O}$ , koja je u velikoj meri sadržana u atmosferi, apsorbuje IC zračenje. Detaljnija analiza pokazuje da atmosfera apsorbuje IC zračenje veoma intenzivno u intervalu talasnih dužina  $12\text{-}15 \mu\text{m}$  što je veoma blizu talasne dužine kojoj odgovara maksimum zračenja Zemlje ( $11,6 \mu\text{m}$ ).

Sposobnost  $\text{H}_2\text{O}$  i  $\text{CO}_2$  da zadrže termalno IC zračenje u atmosferi dovodi do dodatnog zagrevanja površine Zemlje. To se naziva *efekat staklene bašte*. Današnji efekata staklene bašte na Zemlji je odgovoran za podizanje njene srednje temperature sa Plankove vrednosti od  $249 \text{ K}$  na izmerenih  $288 \text{ K}$ , tj. za porast od  $39 \text{ K}$ .

### 2.3.3 Uračunavanje uticaja atmosfere na temperaturu Zemlje

Prilikom dobijanja Plankove temperature Zemlje (2.18), u potpunosti je zanemareno postojanje atmosfere. Razmotrimo jednostavnu popravku ovog modela u okviru koga se smatra da svuda na Zemlji temperatura ima istu (prosečnu) vrednost a atmosfera se sastoji od samo jednog sloja.

Kao što je već rečeno, na vrh atmosfere dolazi kratkotalasno zračenje (tj. uglavnom u vidljivoj oblasti) sa Sunca. Deo tog zračenja atmosfera reflektuje a deo propušta. Neka atmosfera propušta udeo  $t_k$  upadnog solarnog kratkotalasnog, i udeo od  $t_d$  infracrvenog odnosno dugotalasnog zračenja koje dolazi uglavnom sa Zemlje, a da ostatak apsorbuje.<sup>6</sup> Ove



Slika 2.25: Uračunavanje uticaja atmosfere na temperaturu planete.

<sup>6</sup>Smisao uvedenih veličina je sledeći. Neka na vrh atmosfere dolazi fluks zračenja  $F_0$ . Usled apsorpcije pri prolasku kroz atmosferu ovo zračenje ne prolazi u punom iznosu do površine Zemlje već mu se fluks smanjuje na  $t_k F_0$ . Analogan zaključak se izvodi i za

veliĉine se nazivaju koeficijenti transmisivnosti (propustljivosti) atmosfere.

Ukupni upadni fluks zraĉenja koje sa Sunca doĉe do vrha atmosfere  $F_S$ , obraĉunat da pada na disk polupreĉnika  $r$  i površine  $\pi r^2$  se, usled rotacije Zemlje raspodeljuje na celu njenu površinu  $4\pi r^2$  tako da je proseĉna vrednost nereflektovanog upadnog solarnog fluksa na vrhu atmosfere

$$F_0 = \frac{1}{4}(1 - a)F_S, \quad (2.19)$$

gde je sa  $a$  oznaĉen njen albedo. Direktno izraĉunavanje daje fluks od oko  $217,35 \text{ W/m}^2$ . Od ovog zraĉenja  $t_k F_0$  dolazi do površine Zemlje nakon prolaska kroz atmosferu a ostatak biva apsorbovan u njoj. Ukoliko se zanemari albedo površine Zemlje ona apsorbuje ovo zraĉenje i zagreva se do temperature  $T_Z$  i zraĉi dugotalasno IC zraĉenje, u skladu sa Štefan-Bolcmanovim zakonom  $F_Z = \sigma T_Z^4$ . Deo tog IC zraĉenja se transmituje ( $t_d F_Z$ ) i odlazi u vasionu a ostatak zagreva atmosferu. Atmosfera se usled apsorbovanog zraĉenja zagreva do temperature  $T_A$  i takoĉe emituje IC zraĉenje ( $F_A = \sigma T_A^4$ ), podjednako ka Zemlji (ovo zraĉenje apsorbuje Zemlja) i u kosmos.

Kako je sistem u termiĉkoj ravnoteži, mora da postoji balans izmeĉu svih flukseva prikazanih na slici 2.25. Tako, recimo za atmosferu, mora da važi

$$F_0 = F_A + t_d F_Z. \quad (2.20)$$

U sluĉaju površine Zemlje takoĉe mora da bude ispunjen analogan uslov

$$F_Z = F_A + t_k F_0. \quad (2.21)$$

Eliminacija fluksa atmosfere  $F_A$  iz ovih dveju jednaĉina daje

$$F_Z = F_0 \frac{1 + t_k}{1 + t_d}, \quad (2.22)$$

odakle je temperatura Zemlje (ili bilo koje druge planete) u posmatranom modelu

$$T_Z = \left( \frac{F_0(1 + t_k)}{\sigma(1 + t_d)} \right)^{1/4}. \quad (2.23)$$

Dobijena relacija ima interesantne posledice. Pretpostavimo za poĉetak da atmosfera ne apsorbuje zraĉenje. Time zapravo proveravamo da li novi model, kao precizniji, obuhvata i prethodni grublji model Zemlje bez atmosfere. Ukoliko nema apsorpcije važiće  $t_d = t_k = 1$ , što znaĉi da će  $F_Z$

---

dugotalasno zraĉenje koje emituje Zemlja.



biti jednak fluksu  $F_0$  odakle se za temperaturu Zemlje dobija ranija vrednost  $T_Z = 249$  K. Podsetimo se da je tada zaključeno da ona odstupa od prave temperature upravo zbog zanemarivanja nekog efekta. Zaključak koji se nametnuo je da je reč o realno postojećoj apsorpciji zračenja prilikom njegovog prolaska kroz atmosferu. Za uvedene veličine kojima se opisuju ovi procesi (koeficijenti transmisivnosti  $t_k$  i  $t_d$ ) relativno gruba procena daje  $t_k = 0,9$  (dobra transparentnost atmosfere za kratkotalasno zračenje sa Sunca) i  $t_d = 0,1$  (slaba transparentnost atmosfere za termalno zračenje sa Zemlje). Na osnovu ovih vrednosti prema gornjem izrazu (2.22) se dobija  $F_Z = 1,72F_0$  što za temperaturu Zemlje daje  $T_Z = (1,72)^{1/4}255$  K  $\approx 285$  K. Kako je dobijena vrednost mnogo bliže izmerenoj prosečnoj temperaturi površine Zemlje (288 K) jasno je da je reč o mnogo boljem modelu nego onom koji je korišćen kod određivanja Plankove temperature Zemlje u kome je zanemarena postojanje atmosfere.

Model na osnovu kojeg je izvršen ovaj proračun je jedan od najjednostavnijih modela<sup>7</sup> koji opisuju efekat staklene bašte odnosno činjenice da viša temperatura Zemlje, u odnosu od one koja je dobijena na osnovu formule (2.18) potiče od toga što je u atmosferi manja apsorpcija (veća transmissivnost) solarnog zračenja u odnosu na termalno. Dakle, atmosfera lako transmituje solarno zračenje a teži da "zarobi" termalno čime se i dodatno zagreva.

Na osnovu razmatranog modela moguće je takođe odrediti i fluks atmosfere polazeći od jednačina (2.20) i (2.21)

$$F_A = (1 - t_d)\sigma T_A^4 = F_0 \frac{1 - t_k t_d}{1 + t_d}, \quad (2.24)$$

odakle se za njenu temperaturu dobija  $T_A \approx 238$  K.

Neki nedostaci ovog modela i mogućnosti njegovog unapređenja su:

- model ne uzima u obzir geografsku širinu ili regionalne razlike,
- model tretira atmosferu kao jednoslojnu a bolji rezultati se mogu dobiti ukoliko se u njega uključi više slojeva sa svojim karakteristikama,
- model nije dinamički (vetar, oblaci, prenos toplote od ekvatora do polova, efekti vegetacije na albedo, ... nisu uzeti u obzir).

Uzimanje u obzir ovih faktora dovodi do modela u okviru kojih su dobijene vrednosti temperatura bliže izmerenim vrednostima. Modeli sa tim

---

<sup>7</sup>Ovakav model se naziva nula-dimenzionalni model energijske ravnoteže. On je nula-dimenzionalan jer se u okviru njega uzimaju u obzir samo globalne srednje vrednosti svih promenljivih veličina tj. ne razmatra njihova zavisnost od npr. geografske širine. To je model energijske ravnoteže jer je osnovni uslov jednakost energije koja dolazi na Zemlju i emituje se sa nje.

modifikacijama su međutim toliko složeni da neće biti razmatrani u okviru ovog teksta.

### 2.3.4 Efekat staklene bašte na unutrašnjim planetama Sunčevog sistema

Koliko je efekat staklene bašte važan bolje se uočava na osnovu uvida u njegovu veličinu na svim terestričnim planetama koji je dat u tabeli.

Planeta	Procenat gasova staklene bašte u atmosferi	$T_p$ [K]	$T_{sr}$ [K]	iznos efekta bašte
Merkur	nema atmosfere	443	363	0
Venera	90% CO <sub>2</sub>	253	750	497
Zemlja	0,03% CO <sub>2</sub> , 1% H <sub>2</sub> O	249	288	39
Mars	90% CO <sub>2</sub>	218	213	5

Tabela 2.2: Efekat staklene bašte na terestričnim planetama.

Venera je tako bliža Suncu od Zemlje ali ima mnogo reflektivniju površinu. Zbog toga njena temperatura izračunata na osnovu ravnoteže primljenog i emitovanog zračenja (bitne veličine su udaljenost od Sunca i albedo) je  $-20^{\circ}\text{C}$  (253 K). Sonde su međutim izmerile temperaturu površine od oko 750 K što je posledica efekta staklene bašte – Venera ima gustu atmosferu bogatu ugljen dioksidom a usled toga joj je, iako je duplo dalje od Sunca nego što je Merkur, temperatura veća jer Merkur praktično nema atmosferu.

Mars ima u atmosferi puno ugljen dioksida ali je atmosfera tanka pa je i efekat staklene bašte zanemarljiv. Posledica tako slabašne atmosfere je i veliki dnevni raspon temperatura od ekvatora prema polovima u toku dana i noći.

### 2.3.5 Gasovi staklene bašte i globalno zagrevanje

Za efekat staklene bašte u atmosferi Zemlje su u najvećoj meri odgovorni molekuli CO<sub>2</sub> i H<sub>2</sub>O. Prvi zato jer ima izraženu moć apsorpcije na talasnim dužinama koje su blizu talasne dužine ( $\sim 11 \mu\text{m}$ ) koja odgovara maksimumu IC emisivnosti Zemlje, a drugi, to što ne apsorbuje na toj talasnoj dužini kompenzuje svojom velikom koncentracijom u atmosferi.

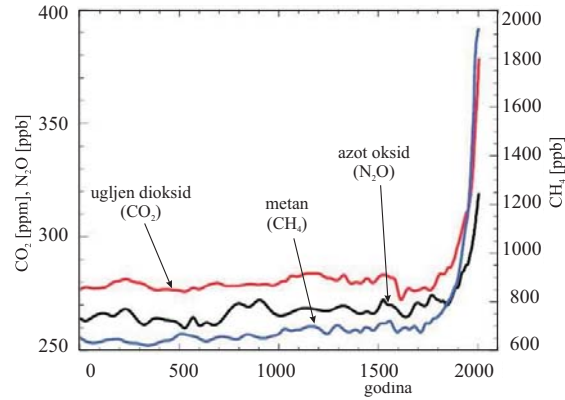
Osim ova dva postoje i drugi gasovi koji utiču na temperaturu atmosfere i stoga takođe spadaju u gasove staklene bašte (metan, CFC jedinjenja, azotni oksidi, ozon, ...). Merenja njihove koncentracije pokazuju da ona

raste izazvana antropogenim faktorima. Povećanje prosečne temperature Zemlje izazvano povećanjem koncentracije gasova staklene bašte se naziva *globalno zagrevanje* i ono je očigledno posledica *veštačkog efekta staklene bašte* tj. njegovog povećanja usled antropogenog faktora.

Sa slike 2.26 na kojoj je prikazana promena koncentracije nekih gasova staklene bašte u novoj eri je evidentan porast koncentracije gasova staklene bašte u atmosferi od početka industrijske revolucije. Prirodno se postavlja pitanje kako se došlo do podataka kada merenja koncentracije ovih gasova vezujem praktično za poslednjih stotinjak godina (precizna merenja su počela oko 1870. godine). Koncentracija  $\text{CO}_2$  u ranijem periodu su dobijena na osnovu merenja njegove koncentracije u vazuhu ekstrahovanom iz polarnog leda uzetog sa odgovarajućih dubina. U njima se naime nalazi nekontaminiran zarobljen atmosferski vazduh sa koncentracijom  $\text{CO}_2$  iz odgovarajućeg perioda.

Buran razvoj industrije je doveo do predviđanja da čovek svojim delovanjem koji se ogleda u povećanju koncentracije gasova staklene bašte uvećava prirodni efekat staklene bašte. Relativno učešće raznih vrsta gasova u globalnom zagrevanju nakon 1800. godine je:  $\text{CO}_2$  (55%),  $\text{CH}_4$  (15%), CFC-12 (21%),  $\text{N}_2\text{O}$  (4%), troposferski  $\text{O}_3$  (2%) i ostali gasovi (3%). Rezultati modelovanja uticaja gasova staklene bašte na temperaturu Zemlje danas uglavnom konvergiraju i imaju slično predviđanje trenda njene promene. Svi oni daju da će, ukoliko koncentracija  $\text{CO}_2$  bude rasla, rasti i temperatura i to oko 1,5 K u sledećih 70-ak godina. Ova promena izgleda mala ali će ona dovesti do velikih klimatskih promena uključujući nastanak novih pustinja ali i povećanje padavina u drugim oblastima što će imati značajne posledice po proizvodnju hrane.

Smatra se da bi jedna od posledica globalnog zagrevanja bio porast nivoa svetskog okeana. Porast temperature izaziva širenje vode u okeanima i podizanje nivoa mora (na nivo mora takođe u manjem obimu utiče i topljenje leda). Iznos toplotnog širenja jako zavisi od temperature vode.



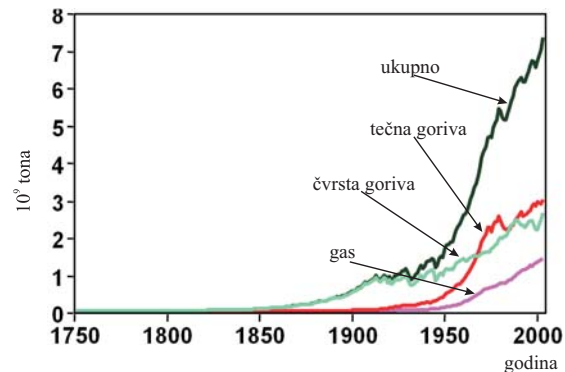
Slika 2.26: Koncentracija gasova staklene bašte od 0. do 2005. godine

Hladna voda se veoma malo širi (ima maksimalnu gustinu na 4 °C tako da led pliva na njoj). Na 5 °C jedinični porast temperature izaziva relativan porast zapremine od  $1 \times 10^{-4}$ , dok je na 25 °C relativna promena zapremine  $3 \times 10^{-4}$  što odgovara podizanju nivoa mora od 3 cm. Predviđanja podizanja nivoa mora iznose 20-25 cm u sledećih sto godina što će, ako se desi, imati velike posledice na obalu.

### Ugljen dioksid

Sistematski rast koncentracije ugljen dioksida u atmosferi je počeo pre oko 200 godina sa početkom industrijske revolucije (slika 2.27). Merenja koncentracije CO<sub>2</sub> a atmosferi pokazuju da je ona porasla za približno 315 ppmv<sup>8</sup> 1958. godine a 383 ppmv 2007. godine npr. Promena trenda u rastu koncentracije na manjoj vremenskoj skali je posledica promene godišnjih doba. Tako kada je na severnoj hemisferi proleće, razvijaju se biljke i apsorbuju CO<sub>2</sub> iz atmosfere, njegova koncentracija se smanjuje a kriva ide na dole. Kada na severu počne jesen, biljke umiru a CO<sub>2</sub> se ponovo oslobađa u atmosferu. Promene godišnjih doba na severnoj hemisferi dominiraju u pogledu uticaja na količinu CO<sub>2</sub> u atmosferi nad promenama doba na južnoj hemisferi jer se na severnoj nalazi veća površina zemljišta. Postoji više mesta u svetu na kojima se koncentracija CO<sub>2</sub> stalno meri (Južni pol, Aljaska, Američka Samoa, Mauna Loa, itd.) a ona su izabrana tako da su daleko od veštačkih izvora CO<sub>2</sub>. Time se postiže da je atmosferski CO<sub>2</sub> dobro promenšan pa su tak rezultati merenja verodostojni.

Vredi znati da je su skoro svi izvori povećanja koncentracije CO<sub>2</sub> u at-



Slika 2.27: Porast količine CO<sub>2</sub> u atmosferi u poslednjih 200 godina.

<sup>8</sup>Skraćenica od reči "parts per million by volume", tj. delova u milion delova u pogledu zapremine (zapreminski udeo). Reč je o bezdimenzionoj veličini koja se često koristi za izražavanje sadržaja. Po smislu je analogna procentu i promilu pa je tako 1 ppm =  $1/1\,000\,000 = 10^{-6} = 0,0001\%$ . U tom smislu se koriste i jedinice ppbv i pptv (b=billion, t=trillion).

mosferi antropogenog porekla. Glavni su:

- emisija izazvana sagorevanjem fosilnih goriva i
- promene u nameni zemljišta (krčenje šuma npr.).

Ukupna godišnja  $\text{CO}_2$  emisija iz antropogenih izvora iznosi danas oko 9,4 Gt. Kako smo sigurni iz kojih izvora potiče  $\text{CO}_2$  u atmosferi? Ugljenik koji ulazi u satav  $\text{CO}_2$  u atmosferi sastoji se od dva stabilna izotopa  $^{12}\text{C}$  i  $^{13}\text{C}$ . Prvi od njih  $^{12}\text{C}$  je najviše prisutan izotop i on ulazi u oko 99% atmosferskog  $\text{CO}_2$ , dok  $^{13}\text{C}$  ulazi u preostali 1%. Sagorevanjem fosilnih goriva i sečom šuma se u atmosferu emituje  $\text{CO}_2$  kod koga je odnos  $^{13}\text{C}/^{12}\text{C}$  manji nego kod atmosferskog  $\text{CO}_2$ .

### Metan ( $\text{CH}_4$ )

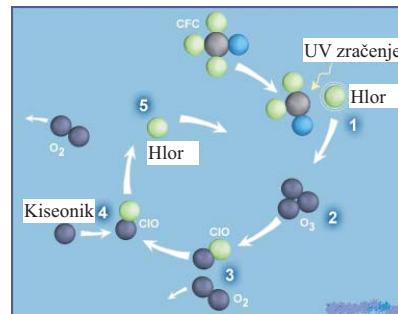
Količina metana u atmosferi je takođe porasla od početka industrijske revolucije. Pre njenog početka koncentracija metana je iznosila oko 700 ppbv a 2005. godine čak 1775 ppbv. Interesantno je da je trenutno, iz nepoznatnih razloga, koncentracija amonijaka stabilna i da više ne raste.

Izvori metana su:

- prirodni: močvare, termiti, okeani, šume,
- antropogeni (fosina goriva): prirodni gas, rudnici uglja, rafinerije nafte, sagorevanje uglja, pirinčana polja, sagorevanje biomase, deponije, kanalizacija.

### Hlorofluorokarbonati (CFC)

Vredan pažnje je podatak da je danas, CFC-12, potpuno veštački molekul, treći po važnosti gas staklene bašte u atmosfer. Hlorofluorokarbonati (CFC) su grupa veštačkih molekula koji su proizvedeni sredinom dvadesetog veka sa raznim namenama. Ti molekuli izazivaju razgradnju stratosferskog ozona a u troposferi se ponašaju kao gas staklene bašte. Zbog njihove štetnosti je postignut niz međunarodnih ugovora kojima je zabranjena njihova proizvodnja tako da im se koncentracija u troposferi stabilizovala ili čak počela da opada.



Slika 2.28: Proces u kome CFC razaraju ozon.

Vreme života ovih molekula je se meri u dekadama i vekovima. CFC jedinjenja se koriste za pravljenje plastičnih masa i u rashladnim uređajima.

### Azot suboksid ( $N_2O$ )

Azot suboksid je četvrti najvažniji antropogeni gas staklene bašte u atmosferi (posle  $CO_2$ ,  $CH_4$  i CFC-12). Koncentracija u atmosferi je porasla od 275 ppbv u preindustrijskom vremenu do oko 320 ppbv 2005. godine, tj. za oko 16%. Danas koncentracija  $N_2O$  raste skoro linearno a kako CFC-12 koncentracija počinje da opada  $N_2O$  će sa vremenom verovatno postati treć po važnosti gas staklene bašte.

Porast  $N_2O$  u odnosu na preindustrijsko vreme je verovatno povezan sa dubrenjem oranica azotnim đubrivima. Takođe se emituje kada se tropske šume iskrče i umesto njih formiraju pašnjaci.

### 2.3.6 Procena efekta promene koncentracije gasova staklene bašte

Kada koncentracija gasova staklene bašte u atmosferi poraste sa vrednosti  $C_0$  na  $C$ , temperatura se promeni za  $\Delta T$ . Količina gasova staklene bašte u atmosferi se izražava u ekvivalentnoj koncentraciji  $CO_2$  a za procenu efekta porasta njihove koncentracije na temperaturu najčešća su dva modela.

Po jednom je promena temperature, izazvana promenom koncentracije gasova staklene bašte data izrazom

$$\Delta T_1 = \tau \ln \frac{C}{C_0}, \quad (2.25)$$

a po drugom

$$\Delta T_2 = \tau \frac{\Delta C}{C_0}. \quad (2.26)$$

U ovim izrazima je  $\tau$  konstanta koja ima vrednost 6,1 K, dok je  $\Delta C = C - C_0$ .

Razliku u predviđanjima ova dva modela je najlakše videti na primeru izračunavanjima promene temperature za istu promenu koncentracija gasova staklene bašte. Ukoliko se ove jednačine primene na period od 1850. do 1990. godine kada je koncentracija gasova porasla sa 285 ppm na 360 ppm, dobijaju se sledeće vrednosti promene temperature

$$\Delta T_1 = 6,1 \text{ K} \ln \frac{360}{285} = 1,4 \text{ K},$$

i

$$\Delta T_2 = 6,1 \text{ K} \frac{360 - 285}{285} = 1,6 \text{ K}.$$

Lako je pokazati da je razlika u predviđanju ova dva modela, u ovom slučaju, 13%.

Drugi model je međutim samo linearna aproksimacija prvog za male vrednosti  $\Delta C/C_0$ . To se vidi ako se izvrši sledeći niz transformacija

$$\begin{aligned}\Delta T &= \tau \ln \frac{C}{C_0} = \tau \ln \left( 1 + \frac{\Delta C}{C_0} \right) \\ &= \tau \left[ \frac{\Delta C}{C_0} - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta C}{C_0} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{\Delta C}{C_0} \right)^3 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta C}{C_0} \right)^4 + \dots \right].\end{aligned}$$

### 2.3.7 Poremećaj stabilnosti radijacione ravnoteže

Već je napomenuo da se Zemlja nalazi u stanju termalne ravnoteže i da je to posledica toga što je fluks solarnog zračenja koje dolazi na Zemlju jednak fluksu emitovanog dugotalasnog zračenja sa Zemlje (jednačina (2.17)). Pogodno je, radi daljih izračunavanja, ovaj uslov ravnoteže zapisati na nešto drugačiji način

$$F_0 = \sigma T_r^4, \quad (2.27)$$

gde je  $F_0$ , upadni (nereflektovani) solarni fluks definisan relacijom (2.20) a  $T_r$  je ravnotežna temperatura. Neka se desila perturbacija ove ravnoteže - na primer, naglim oslobađanjem određene količine toplote u atmosferu, usled sagorevanja fosilnih goriva ili usled snažne termonuklearne eksplozije. Ukoliko se celokupna količina toplote oslobodi u istom momentu vremena, temperatura atmosfere će porasti za  $(\Delta T)_0$ .

Usled perturbovanja temperature planete, zračenje koja ona emituje u kosmos će biti povećano i iznosiće  $\sigma(T + (\Delta T)_0)^4$ . Na taj način će se Zemlja hladiti i sa vremenom vratiti u prethodno, stabilno, ravnotežno stanje.

Koliko vremena joj je međj utim potrebno za to?. Odgovor na ovo pitanje je veoma bitan jer, ukoliko će se Zemlja u ravnotežno stanje vraćati sporo, uslovi u kojima će njena temperatura biti uvećana će potrajati duže vreme, što će izazvati da će se promeniti neki njeni fizički parametri (na primer albedo), što će izazvati i promenu količine zračenja koje ona dobija sa Sunca. Krajnji rezultat ovakvih procesa bi mogao da bude povratna sprega koja će izazvati dodatnu promenu njene temperature.

U cilju brojčane procene posmatranih efekata, uvedimo oznaku  $M_s$  za masu po jedinici površine atmosfere a  $c_P$  za njenu specifičnu toplotnu kapacitivnost pri konstantnom pritisku. Promena temperature atmosfere u jedinici vremena  $dT/dt$  je rezultat odgovarajućeg gubitka toplote u jedinici vremena

u iznosu  $M_s c_P dT/dt$ . U datim okolnostima, naša planeta gubi energiju usled razlike u energiji između sopstvenog zračenja i dolazećeg solarnog zračenja

$$M_s c_P \frac{dT}{dt} = F_0 - \sigma T^4, \quad (2.28)$$

pri čemu je jasno da je sada temperatura planete promenljiva sa vremenom. Odgovarajuća funkcija koja to opisuje je upravo definisana ovom jednačinom i biće dobijena njenim rešavanjem. Obzirom na relaciju (2.27) jednačina (2.28) postaje

$$M_s c_P \frac{dT}{dt} = \sigma T_r^4 - \sigma T^4. \quad (2.29)$$

Pri nalaženju rešenja ove jednačine (a to je funkcionalna zavisnost temperature od vremena) je bitno imati u vidu početni uslov koji kaže da je temperatura pre oslobađanja odgovarajuće količine toplote iznosila  $T_r$  a da se kasnije u  $t = 0$ , promenila za  $(\Delta T)_0$ . Dakle, početni uslov za temperaturu Zemlje je

$$T = T_r + (\Delta T)_0, \quad t = 0. \quad (2.30)$$

Na osnovu njega, uz uvođenje razlike temperature od ravnotežne  $\Delta T = T - T_r$ , kao promenljive (imajući u vidu jasnu činjenicu da je  $T_r$  konstantna veličina) jednačine (2.29) i (2.30) se mogu zapisati u obliku

$$M_s c_P \frac{d(\Delta T)}{dt} = \sigma T_r^4 - \sigma T_r^4 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_r}\right)^4, \quad (2.31)$$

$$\Delta T = (\Delta T)_0, \quad t = 0. \quad (2.32)$$

Imajući u vidu da je  $\Delta T/T_r \ll 1$ , drugi sabirak u jednačini (2.31) može da se zapiše kao

$$-\sigma T_r^4 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_r}\right)^4 \approx -\sigma T_r^4 \left(1 + 4 \frac{\Delta T}{T_r}\right), \quad (2.33)$$

nakon čega ona postaje

$$\frac{d(\Delta T)}{dt} = -\frac{4\sigma T_r^3}{M_s c_P} \Delta T. \quad (2.34)$$

Rešenje ove jednačine za početni uslov (2.32) je

$$\Delta T = (\Delta T)_0 e^{-\frac{t}{\tau_R}}, \quad \tau_R = \frac{M_s c_P}{4\sigma T_r^3}. \quad (2.35)$$



Novouvedena veličina  $\tau_R$  (poznata pod imenom radijaciona relaksaciona konstanta), koja očigledno ima dimenzije vremena, ukazuje na red veličine vremena nakon koga dolazi do smanjenja perturbacija temperature. Za atmosferu Zemlje, za koju je  $M_s = 10,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^2$ ,  $c_P = 1005 \text{ J/(kgK)}$ ,  $T_r = 249 \text{ K}$ , veličina  $\tau_R$  ima vrednost od  $2,9 \times 10^6 \text{ s}$  odnosno oko 34 dana. Iz jednačine (2.35) se vidi da je

$$\begin{aligned}\Delta T &= (\Delta T)_0 e^{-1}, & t &= \tau_R \\ \Delta T &= (\Delta T)_0 e^{-2}, & t &= 2\tau_R, \\ \Delta T &= (\Delta T)_0 e^{-3}, & t &= 3\tau_R.\end{aligned}\tag{2.36}$$

Ukoliko veličina početne perturbacije iznosi 1 K, što je ekvivalentno trenutnom sagorevanju  $240 \times 10^9$  tona uglja, tada će se, nakon približno 34 dana, ova perturbacija redukovati na 0,37 K. Nakon 68 dana ona će iznositi 0,13 K a nakon 102 dana će biti svega 0,05 K. Prema tome, ukoliko na Zemlji dođe do oslobađanja ovako kolosalne količine toplote, odnosno energije, Zemlja će se nje osloboditi zračenjem u kosmos za stotinjak dana i vratiće se u stanje termalne ravnoteže.