

Glava 7

Termofizika

Toplota je jedan od oblika energije sa čijim transferom sa tela na telo se svakodnevno srećemo. Tako nas na primer, leti Sunce zagreva tokom dana dok su vedre letnje noći često prilično sveže. Nakon zimskih šetnji nam obično prija da popijemo tople napitke, a leti znojenjem snižavamo telesnu temperaturu. Sunce zagreva površinu Zemlje i predstavlja izvor skoro svih oblika energije koji postoje na njoj. Sa vremenom je takodje primećeno da je postojanje ugljen dioksida, vodene pare, i još nekih gasova u atmosferi odgovorno za dodatno zadržavanje Sunčeve toplote u njoj što je poznato kao efekat staklene bašte. Registrovane su i ogromne količine toplote koje se u vasioni oslobadjaaju prilikom eksplozija supernovih.

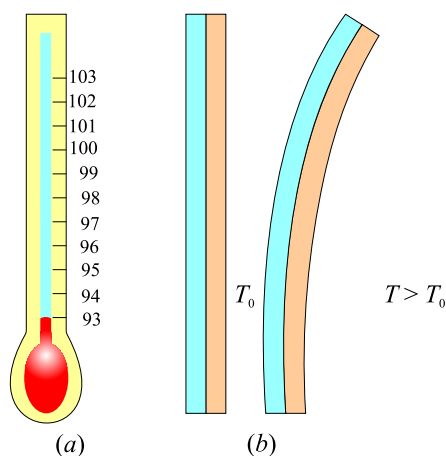
Šta je medjutim tačno toplota? U kakvoj vezi je sa temperaturom? Kakav je mehanizam/mehanizmi njenog prelaska sa tela na telo i kakvi su efekti toga? Da li može da se u potpunosti prevede u druge oblike energije ili rad i na koji način? Ovo su samo neka pitanja na koja će biti obradjena u ostatku ovog poglavlja.

7.1 Temperatura

Fizička veličina koju nazivamo temperatura se razvila od svakodnevni predstava o *toplom* i *hladnom*. Medjutim, naš osećaj toga šta smatramo toplim a šta hladnim je veoma relativan. Zamislamo da, na primer, držimo jednu ruku u vrućoj vodi a drugu u hladnoj i nakon toga obe stavimo u mlaku. Jasno je da ćemo pri tome, na ruci koja je bila u hladnoj vodi imati osećaj toplotu a na onoj koja je bila u vrućoj hladnoće. Naučna definicija temperature pak ne bi smela da bude ni malo dvosmislena. Za početak, temperaturu možemo, na tehničkom nivou, definisati kao onu fizičku veličinu koju pokazuje, odnosno meri termometar.¹ Interesantno je napomenuti da za konstrukciju termometra može da se iskoristi bilo koja fizička veličina koja zavisi od temperature. Kako, u principu, postoji puno takvih fizičkih veličina, postoji i puno vrsta termometara. Na primer, zapremina tela raste sa temperaturom kod većine supstancija. Najrašireniji, termometar sa živom, radi upravo na osnovu te pojave (Slika 7.1 (a)). Drugi tip termometra koji takodje koristi

¹I zaista, ukoliko dva termometra stavimo u vruću i hladnu vodu oni će pokazati različite temperature. Ukoliko ih postavimo u onu istu mlaku vodu na koju su naše ruke različito reagovala, oba termometra će pokazati istu vrednost.

promenu dimenzija tela sa temperaturom je bimetalna traka (Slika 7.1 (b)).²



Slika 7.1: (a) Kada temperatura termometra poraste, živa koja se nalazi u ovalnom rezervoaru se širi u uzanu cevčicu izazivajući u njoj, čak i pri malim promenama temperature, vidljivu promenu nivoa. (b) Bimetalna traka se sastoji od dve spojene trake napravljene od metala šije se širenje sa porastom temperature razlikuje. Na nekoj temperaturi će dužina traka biti ista, odnosno bimetalna traka neće biti iskrivljena, dok će na nekoj višoj biti savijena ka metalu koji se širi u manjem iznosu.

7.1.1 Temperaturske skale

Temperaturske skale se prave tako što se odrede dve lako reproducibilne temperature, obično je reč o temperaturi mržnjenja i ključanja vode na standardnom atmosferskom pritisku, kojima se dodele određene vrednosti temperature. U najraširenijoj svakodnevnoj upotrebi u svetu je Celzijusova temperaturska skala u kojoj su tačke mržnjenja i ključanja vode na $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, odnosno $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.³

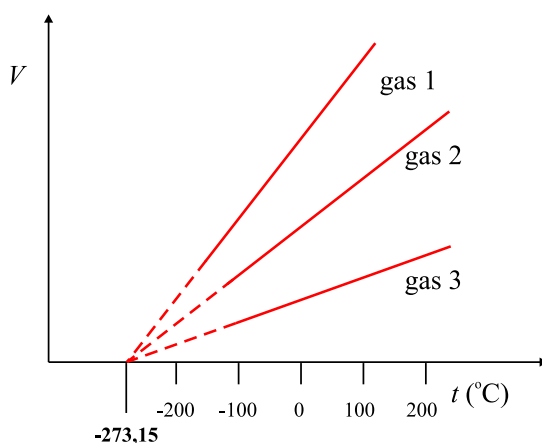
Temperaturska skala koja se upotrebljava u nauci je međjutim Kelvinova. Jedinica temperature u ovoj skali je Kelvin u oznaci K i bez kružića za oznaku stepena. Na ovoj skali, koja se još naziva apsolutnom, najniža moguća temperatura od 0 K se naziva apsolutna nula. Obzirom da su u ovoj skali tačke mržnjenja i ključanja vode $273,15\text{ K}$ i $373,15\text{ K}$, odnosno da su takodje odvojene sa 100 stepeni, zaključujemo da su *temperaturski intervali* i u Celzijusovoj i u Kelvinovoj skali jednaki.⁴

²Osim ovih postoje i drugi tipovi termometara. Tako na primer, *termistori*, u kojima se koristi zavisnost električnih karakteristika materijala od temperature, su u mnogim medicinskim ustanovama zamenili živine termometre. Trake za merenje temperature koje se mogu kupiti u svakoj apoteci imaju u sebi pak tečne kristale, čija se boja menja zavisnosti od temperature.

³U SAD je u upotrebi Farenhajtova skala u kojoj temperaturi mržnjenja vode odgovara $32\text{ }^{\circ}\text{F}$ a temperaturi ključanja $212\text{ }^{\circ}\text{F}$. Kako opseg od $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, odgovara opsegu od $180\text{ }^{\circ}\text{F}$ odnos stepena u ove dve skale je $180/100=9/5$, što znači da je interval od jednog stepena Celzijusa veći od intervala od jednog stepena Farenhajta.

⁴Drugim rečima ukoliko telu poraste temperatura za određeni broj stepeni Kelvina, temperatura u stepenima Celzijusa je porasla za potpuno isti iznos.

Do koncepta apsolutne nule se došlo na osnovu posmatranja ponašanja takozvanih idealnih gasova⁵ pri različitim uslovima. Slika 7.2 pokazuje kako se zapremina date količine gasa smanjuje sa snižavanjem njegove temperature, pri konstantnom pritisku. Kada je u laboratoriji prvi put izmerena i uočena ova zavisnost još uvek nije bilo moguće dostići ekstremno niske vrednosti temperatura već je samo grafik *ekstrapolisan* u oblast u kojoj nije bilo izmerenih vrednosti. Ispostavilo se da su zapremine svih takvih gasova (zapravo različitih količina idealnog gasa) imaju nultu vrednost na temperaturi od $-273,15$ °C. Iz toga se došlo do zaključka da je reč o najnižoj temperaturi koja se može postići pa je ona stoga nazvana apsolutnom nulom.



Slika 7.2: Grafik zavisnosti zapremine različitih gasova pri konstantnom pritisku. Svi grafici pri ekstrapolaciji u oblast niskih temperatura daju nulte zapremine.

Danas znamo da će se posmatrani gas, pri snižavanju temperature prvo utečniti (preći u tečno agregatno stanje) a zatim i zamrznuti, pre nego što stigne do apsolutne nule, pa u tom smislu njegova zapremina neće biti jednaka nuli.⁶ Iako bi na osnovu ovoga mogli da zaključimo da apsolutna nula ne postoji, na osnovu drugih razmatraja se ispostavlja da ipak postoji neka najniža moguća temperatura. Naime, reč je o temperaturi na kojoj je od molekula i atoma supstancije oduzeta sva energija koja se može oduzeti, i ta temperatura je ista za sve sistema.

7.1.2 Toplotna ravnoteža i nulti zakon termodinamike

Termometri, iako njima kažemo da merimo temperature neke sredine, zapravo pokazuju njihove sopstvene temperature. Koju god da smo fizičku karakteristiku supstancije čiju zavisnost od temperature znamo, uzeli kao osnovu za pravljenje termometra, on će uvek pokazivati upravo svoju sopstvenu temperaturu. Sa druge strane nama je potrebno da ovi instrumenti pokažu temperaturu date sredine u kojoj se nalaze ili sa kojom su u kontaktu, na primer temperaturu ljudskog tela uz koje su prislonjeni. Zapravo se može reći da, bilo

⁵O idealnim gasovima će kasnije biti dosta reči u okviru ovog poglavlja.

⁶Ova činjenica zapravo ukazuje da ekstrapolacija eksperimentalno dobijene pravolinijske zavisnosti u oblast niskih temperatura nije smela biti urađena, i da je u toj oblasti ova zavisnost data složenijom krivom linijom.

koja dva sistema, koja se nalaze u toplotnom kontaktu (pri tome se misli da toplota može da se prenosi sa jednog tela na drugo) će, posle nekog vremena, biti tačno na istoj temperaturi. Kaže se da su ovi sistemi u tom slučaju u **toplotnoj** ili **termičkoj ravnoteži**, jer se na dalje neće dešavati promene u njihovoj temperaturi. Može se reći da sistemi različitih temperatura, kada dodju u toplotni kontakt, na neki, za sada nepoznat, način interaguju i menjaju se a ove promene prestaju onda kada im temperature postanu iste. U tom smislu temperatura koju pokazuje termometar zaista predstavlja temperaturu sistema sa kojim je on u termalnoj ravnoteži.

Eksperimenti takodje pokazuju da *ukoliko su dva sistema A i B u medjusobnoj termalnoj ravnoteži, i ako je sistem B u ravnoteži sa sistemom C, tada su i sistemi A i C takodje u ravnoteži*. Ova, reklo bi se sasvim prirodna činjenica, je jedna od osnova cele oblasti fizike koja se bavi toplotnim procesima i koja se naziva termodinamika. On se naziva **nulti zakon termodinamike** a razlog što nosi takvo ime je činjenica da je bio prihvaćen kao zakon onda kada su već bila usvojeni zakoni koji su nazvani prvi i drugi zakon termodinamike pa je ovaj zakon, koji logički ide ispred njih, dobio ovakvo ime.

7.2 Toplotno širenje čvrstih tela i tečnosti

Širenje žive u termometru je samo jedan od mnogo primera *toplotnog širenja* tela, odnosno promene njihove veličine sa temperaturom. Vruć vazduh se podiže u vis jer mu raste zapremina, čime mu se smanjuje gustina u poredjenju sa vazduhom koji se nalazi oko njega. Slično se dešava u svim tečnostima i gasovima pri čemu dolazi do prirodnog strujanja-konvekcije u kućama, okeanima i atmosferi. Čvrsta tela se takodje šire pri zagrevanju. Pruge i mostovi, na primer, imaju takve spojeve koji im dozvoljavaju slobodno širenje i sakupljanje sa promenom temperature.

Ukoliko želimo da na kvantitativan način opišemo toplotno širenje moramo da se zapitamo od čega zavisi njegova veličina? Kao prvo ono će biti utoliko veće ukoliko je veća promena temperature tela (bimetalna traka će se više saviti kada se više zagreje). Kao drugo, iznos promene veličine tela će zavisiti od vrste materijala od koga je ono napravljeno. Tako je na primer upravo činjenica da se živa širi više nego staklo iskorišćena za konstrukciju termometra.

Možemo takodje da se zapitamo zašto se uopšte dešava toplotno širenje tela? Objašnjenje se nalazi u atomsko-molekularnoj strukturi supstancije. Ukoliko je reč o materiji u čvrstom agregatnom stanju za atome i molekule postoje tačno određeni ravnotežni položaji oko kojih oni, u većoj ili manjoj meri, osciluju. Ukoliko je pak supstanca u tečnom ili gasovitom stanju, njene čestice se manje-više slobodno kreću kroz nju. To znači da svaka od čestica poseduje određenu kinetičku energiju. Pri zagrevanju tela, one dobijaju dodatnu energiju, pa usled toga počnu da se više udaljavaju od ravnotežnih položaja (ukoliko je reč o čvrstom telu) ili da se sudaraju jače sa susedima (ukoliko je reč o fluidu) što izaziva povećanje njihovih medjusobnih rastojanja. U slučaju tela koje je u čvrstom agregatnom stanju to dovodi do toga da njegova veličina poraste u svim smerovima za iznos koji zavisi od broja atoma koje se nalaze u datom smeru u tom telu. Drugim rečima, veća tela će se više proširiti od manjih iz prostog razloga što u njima ima više atoma. Na taj način će promena dužine tela ΔL biti proporcionalna takodje i samoj njegovoj dužini L . Može

se zapravo zaključiti da će iznos toplotnog širenja tela zavisiti od promene u temperaturi, vrste supstance i dužine tela, što se, u slučaju **linearnog toplotnog (termalnog) širenja** može zapisati u obliku

$$\Delta L = \alpha L \Delta T. \quad (7.1)$$

U ovom izrazu je ΔL promena dužine tela koje je, pre nego što je došlo do promene temperature za ΔT , imalo dužinu L a α je **koeficijent linearnog širenja**.⁷ Telo dakle, nakon zagrevanja za ΔT , ima dužinu $L + \Delta L$.

Supstance	Koef. lin. šir. $\alpha(1/^{\circ}\text{C})$	koef. zapr. šir. $\gamma(1/^{\circ}\text{C})$
aluminijum	25×10^{-6}	75×10^{-6}
bakar	17×10^{-6}	51×10^{-6}
zlato	14×10^{-6}	42×10^{-6}
čelik	12×10^{-6}	35×10^{-6}
srebro	18×10^{-6}	54×10^{-6}
staklo	9×10^{-6}	27×10^{-6}
benzin		950×10^{-6}
živa		180×10^{-6}
voda		210×10^{-6}
vazduh		3400×10^{-6}

Tabela 7.1: Koeficijenti linearnog i zapreminskog širenja (na 20°C)

P r i m e r X. Glavna sajla mosta, napravljena od čelika, je dugačka 1275 m kada je temperatura okoline -15°C . Za koliko se promeni njena dužina ukoliko temperatura poraste do 40°C ?

R e š e n j e. Promena u temperaturi iznosi 55°C , pa je na osnovu vrednosti dužine sajle na nižoj temperaturi i podatka o koeficijentu linearnog širenja za čelik, tražena promena dužine

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = (12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C})(1275 \text{ m})(55^{\circ}\text{C}) = 0,84 \text{ m}.$$

Tela se šire u svim pravcima, kao što je prikazano na slici 7.3, odnosno, osim dužine, menjaju im se i površina i zapremina. Interesantno je uočiti da se i šupljine na telima takodje povećavaju sa porastom temperature. Ukoliko napravimo rupu na metalnoj ploči na primer, preostali materijal će se širiti kao da je nismo ni napravili! Za relativno male promene u temperaturi, promena površine tela se može prikazati kao

$$\Delta S = 2\alpha S \Delta T = \beta S \Delta T, \quad (7.2)$$

gde je sa β označen koeficijent površinskog širenja koji je jednak dvostrukoju vrednosti koeficijenta linearnog širenja.⁸ Promena zapremine tela se, pod istim uslovima, može prikazati

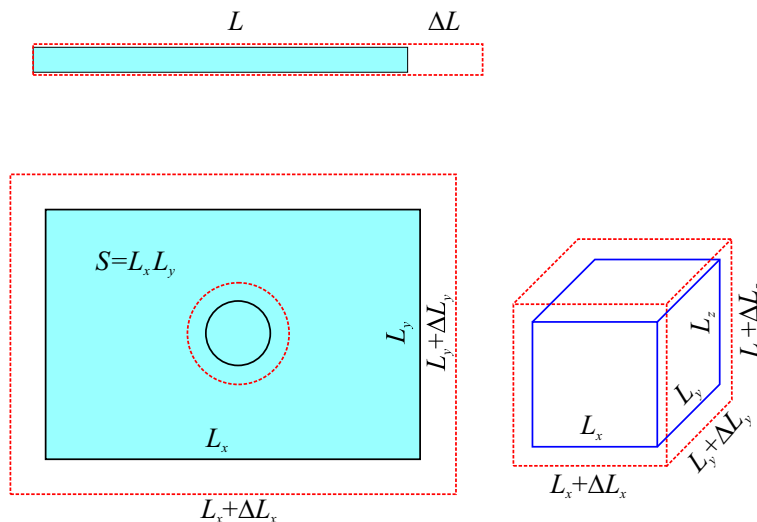
⁷Napomenimo da nije reč o striktno konstantnom koeficijentu već o veličini koja se ipak menja pomalo sa temperaturom.

⁸Do ovakve zavisnosti koeficijenta površinskog i linearnog širenja, za male promene temperature, se relativno lako dolazi. Prema slici 7.3 se, promena površine pri zagrevanju tela za ΔT može prikazati kao

kao

$$\Delta V = 3\alpha V \Delta T = \gamma V \Delta T, \quad (7.3)$$

gde je sa γ označen koeficijent zapreminskog širenja.⁹



Slika 7.3: Tela si pri zagrevanju šire u svim pravcima. U zavisnosti od njihovog oblika ponekad se to može zanemariti i uzimati u obzir samo širenje u pravcima koji dominiraju nad ostalima.

P r i m e r X. Čelični rezervoar za gorivo automobila, zapremine 60 litara, je napunjen do vrha na temperaturi $15,0^\circ\text{C}$ i nije zatvoren. Koliko benzina će se prelići iz rezervoara ako temperatura poraste na $35,0^\circ\text{C}$?

R e š e n j e. Promena zapremine čeličnog rezervoara je

$$\Delta V_r = \gamma_r V_r \Delta T,$$

dok je promena zapremine benzina

$$\Delta V_b = \gamma_b V_r \Delta T,$$

pa će iz njega iscuriti benzin čija je zapremina jednaka razlici ovih dveju zapremina

$$V = \Delta V_b - \Delta V_r.$$

Uzimanjem u obzir vrednosti koeficijenata zapreminskog širenja iz tabele, dobija se

$$V = (\gamma_b - \gamma_r) V_r \Delta T = [(950 - 35) \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}] (60 \text{ l}) (20,0^\circ\text{C}) = 1,10 \text{ l}.$$

razlika $(L_x + \Delta L_x)(L_y + \Delta L_y)$ i vrednosti površine pre zagrevanja $L_x L_y$. Uz uzimanje u obzir da se i ΔL_x i ΔL_y mogu prikazati formulom (7.1) i uz zanemarivanje sabirka koji sadrži proizvod ovih dveju malih veličina se lako dobija navedena veza koeficijenata.

⁹Veza ovog koeficijenta i koeficijenta linearnog širenja se opravdava na analogan način kao i u slučaju površinskog širenja.

Ukoliko bi rezervoar za benzin, napunjen do vrha, zatvorili tako da iz njega benzin ne može da se prelije, različito širenje benzina i materijala rezervoara bi moglo da dovede čak i do eksplozije. Iz tog razloga se rezervoari konstruisani tako da se i ne mogu napuniti do vrha, što znači da da uvek ostane određena količina vazduha koja omogućuje širenje i eventualno sakupljanje benzina bez njegovog uticaja na sud u kome se nalazi.

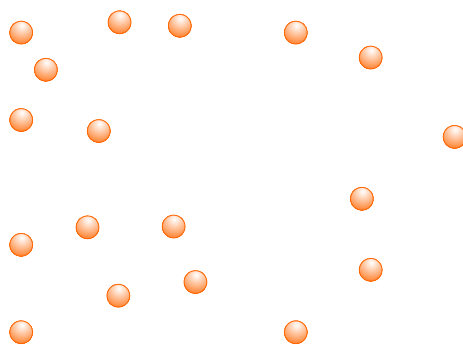
U vezi sa toplotnim širenjem je i pojava takozvanog toplotnog pritiska. On može da bude destruktivan (kada benzin prilikom širenja izazive pucanje rezervoara u kome se nalazi) ali i veoma koristan (mrvljenje oranica tokom zime kada se voda koja se nalazi u zemljištu zaledi i usled daljeg hladjenja širi razbijajući grudve zemlje). Porast nivoa svetskog mora usled globalnog zagrevanja se, takodje, može delom objasniti upravo toplotnim širenjem vode.

7.3 Zakoni koji važe za idealne gasove

Ranije je već napomenuto da se gasovi mogu relativno lako sabijati, odnosno komprimovati. Primetimo da je najveća vrednost zapreminskog koeficijenta širenja vazduha u tabeli ... upravo posledica toga. To je posledica činjenice da se zapremina gasova veoma mnogo menja pri promeni temperature. Eksperimenti pokazuju da se većina gasova širi na isti način, odnosno u istom stepenu, što upućuje na to da su im odgovarajući koeficijenti zapreminskog širenja γ praktično jednaki. Sa pravom može da se postavi pitanje zašto u tom pogledu postoji razlika između gasova i tečnosti i čvrstih tela kod kojih se ovi koeficijenti dosta razlikuju.

Odgovor na ovo pitanje se može naći ako se razmotri atomsko-molekulska struktura supstance u raznim agregatnim stanjima. Atomi i molekuli u tipičnom gasu su na rastojanjima koja su veoma velika u poredjenju sa njihovom veličinom. U takvim uslovima su sile koje deluju između njih uglavnom veoma male pa oni praktično ne interaguju međusobno sem u sudarima. Posledica tako slabe međusobne interakcije je brzo širenje gasova pri porastu temperature. Obzirom da su međumolekularne sile tako slabe one su skoro nezavisne od tipa gasa pa se iz toga razloga svi oni slično ponašaju. Drugim rečima, toplotno širenje gasova je veoma jednostavno, ono zavisi samo od temperature i broja atoma i molekula u jedinici zapremine (koncentracije). Nasuprot ovome, kod čvrstih i tečnih tela su molekuli i atomi mnogo bliže jedni drugima i veoma su osetljivi na sile koje deluju između njih i koje zavise od tipa atoma ili molekula.

Da bi došli do nekih zaključaka o tome u kakvoj su vezi pritisak, temperatura i zapremina gasova, razmotrimo šta se dešava prilikom pumpanja točka automobila koji se sastoji od unutrašnje i spoljašnje gume. Možemo da primetimo da u početku zapremina unutrašnje gume raste proporcionalno količini ubačenog vazduha bez da joj se pritisak značajno promeni. U momentu kada se guma proširi do veličine spoljašnje gume njeni zidovi, budući da su deblji i čvršći, počinju da ograničavaju dalju promenu zapremine. Ukoliko nastavimo da i dalje upumpavamo vazduh u gumu, njena zapremina se više neće mnogo menjati ali zato pritisak hoće što se vidi po tome što guma postaje sve tvrdja i tvrdja. Što se ubaci više vazduha pritisak je veći. Kada završimo sa pumpanjem gume do željenog pritiska, on se neće menjati sve dok se temperatura gume ne promeni. Naime, prilikom vožnje, usled trenja, dolazi do zagrevanja gume, odnosno do porasta njene temperature a



Slika 7.4: Atomi i molekuli gasova su dosta udaljeni jedni od drugih pa je stoga njihovo međudelovanje jako slabo.

time i temperature vazduha koji se nalazi u njoj. Posledica toga je porast pritiska.¹⁰

Već smo napomenuli da se kod gasova obično može zanemariti međusobna interakcija čestica koje ih čine. Interakcija čestica se odvija samo prilikom elastičnih sudara kada one razmenjuju energije i impulse. Osim toga, je uglavnom moguće zanemariti i veličine atoma i molekula od kojih je on sastavljen. Za gasove koji se nalaze u takvim uslovima da važe ova dva tvrdjenja kažemo da se ponašaju kao **idealni gas**. Za takve gasove je, na osnovu eksperimenata, dobijena jednačina koja povezuje njihov apsolutni pritisak P , zapreminu u kojoj se gas nalazi V , broj molekula gasa N i njihovu apsolutnu temperaturu T , formulom

$$PV = NkT, \quad (7.4)$$

koja se naziva jednačina stanja idealnog gasa.¹¹ Veličina k se naziva Bolcmanova konstanta i ima vrednost

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}. \quad (7.5)$$

Analiza promene pritiska i zapremine automobilske gume koju smo izvršili se takodje može opisati ovom jednačinom. Naime, pritisak P koji vlada u ispumpanoj gumi je jednak atmosferskom, dok su k i T konstante,¹² tako da prema jednačini (7.4), zapremina gume u početku raste direktno sa brojem atoma i molekula koje ubacujemo u nju. U momentu kada se dostigne zapremina gume V , jednačina (7.4) predviđa da sada pritisak gume P raste proporcionalno povećanju broja čestica N . Kada je guma jednom napumpana, obzirom da su i V i N konstantni, promene pritiska P izaziva promena temperature gume (posledica trenja tokom vožnje, boravka na suncu, mrazu ...).

P r i m e r X. Pretpostavimo da je guma bicikle napumpana do apsolutnog pritiska od $7,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ na temperaturi od $18,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki će pritisak vladati u gumi kada se ona nadje na temperaturi od $35,0^\circ\text{C}$? Pretpostaviti da se zapremina gume ne menja i da na njoj nema rupica kroz koji bi vazduh mogao da izađe.

¹⁰Proizvodjači guma preporučuju određene vrednosti pritiska u gumama za dati tip automobila ali je reč o pritisku koji vlada u "hladnoj" gumi. Pritisak koji se u njoj stvara tokom vožnje može u značajnom iznosu da bude veći od ovih vrednosti.

¹¹Od velike važnosti je činjenica da se gasovi sa kojima se srećemo u realnim uslovima ponašaju kao idealni iz prostog razloga što je udaljenost njihovih čestica dovoljno velika u poredjenju sa njihovim dimenzijama tako da za njih važe oba gore pomenuta uslova za idealni gas.

¹²Pretpostavka da je temperatura konstantna važi ukoliko se pumpanje vrši dovoljno lagano.

R e š e n j e. Zapremina i broj čestica nisu definisani, ali su na osnovu uslova isti na obe temperature pa ako se za jedno stanje gasa (pritisak P , temperatura T , zapremina V , broj čestica N) i drugo (pritisak P' , temperatura T' , zapremina V , broj čestica N) napišu jednačine stanja (7.4) i podele, dobija se

$$\frac{P'V}{PV} = \frac{NkT'}{NkT} \Rightarrow P' = P \frac{T'}{T}.$$

Temperatura mora biti u Kelvinima jer je reč o apsolutnim temperaturama, pa je $T = (18,0 + 273) \text{ K} = 291 \text{ K}$ i $T' = (35,0 + 273) \text{ K} = 308 \text{ K}$, što daje

$$P' = (7,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2) \frac{308 \text{ K}}{291 \text{ K}} = 7,41 \times 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Interesatno je zapitati se koliko atoma i molekula ima u sistemima sa kojima se srećemo, na primer u automobilskim gumama ili pak u čaši vode? Ovaj broj N se može odrediti na osnovu jednačine stanja (7.4).

P r i m e r X. Izračunati broj atoma i molekula u kubnom metru gasa na standardnom pritisku i temperaturi.¹³

R e š e n j e. Na osnovu jednačine (7.4) se dobija

$$N = \frac{PV}{kT} = \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(1,00 \text{ m}^3)}{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(273 \text{ K})} = 2,68 \times 10^{25}.$$

Reč je o veoma velikom broju, a literaturi se češće nalazi podatak o broju čestica u 1 cm^3 pri SPT koji iznosi $2,68 \times 10^{19}$. Ovaj broj se naziva *Lošmitov broj*.

7.3.1 Mol i Avogadrov broj

Obzirom da je broj čestica u jedinici zapremine u tipičnom gasu veoma veliki, pogodnije je količinu gasa izražavati u broju molova. **Mol** se definiše kao količina supstance koja sadrži onoliko čestica (atoma ili molekula) koliko ih ima u $0,012 \text{ kg}$ ugljenika ^{12}C . Broj čestica u jednom molu se, u čast Italijanskog naučnika Amadea Avogadra (1776-1856) naziva **Avogadrov broj** i označava sa N_A . Avogadro je do pojma mola došao polazeći od hipoteze koja danas nosi naziv **Avogadrov zakon** koja glasi: jednake zapremine gasova na istom pritisku i istoj temperaturi sadrže jednak broj čestica. Vrednost Avogadrovog broja je¹⁴

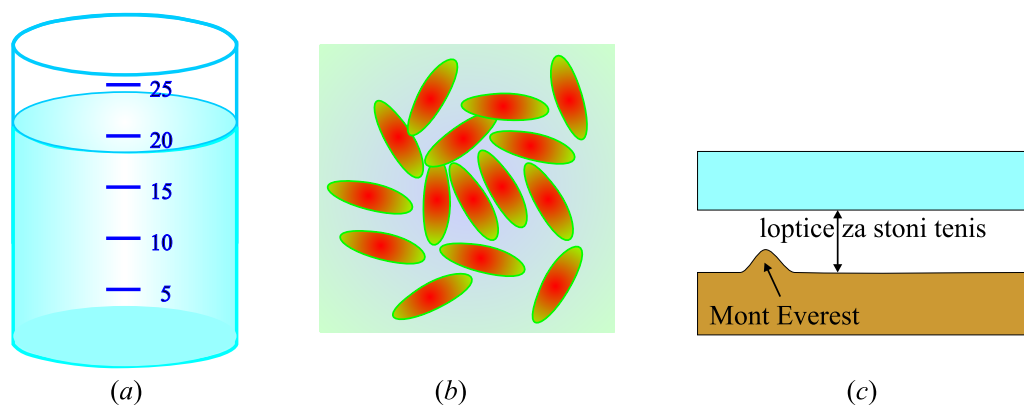
$$N_A = 6,02 \times 10^{23} / \text{mol}. \quad (7.6)$$

To znači da jedan mol supstance uvek, bez obzira na vrstu čestica koje je čine, sadrži ovoliko njih.

P r i m e r X. Odrediti (a) broj molova u $1,00 \text{ m}^3$ gasa pri SPT, (b) zapreminu jednog mola u litrima.

¹³Standarni pritisak i temperature se često označavaju skraćenicom SPT koja znači da je reč o atmosferskom pritisku i temperaturi od 0°C .

¹⁴Tačna vrednost Avogadrovog broja je određena tek početkom XX veka kada je Peren na osnovu Ajnštajnovе teorije Braunovog kretanja odredio veličinu i masu atoma.



Slika 7.5: (a) Jedan mol vode ima zapreminu 18 ml. (b) Čak i mali uzorak bakterija sadrži oko 10^{11} do 10^{12} molekula ali to je samo deo jednog mola. (c) Jedan mol nečega što je makroskopsko može da bude veoma veliki. Tako bi 1 mol loptica za stoni tenis prekrrio Zemlju do visine od oko 35 km.

R e š e n j e. (a) Broj molova u jedinici zapremine ćemo naći deljenjem broja čestica u njoj n (nadjen u prethodnom primeru) i broja čestica u jednom molu

$$\frac{n}{N_A} = \frac{2,68 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}}{6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 44,5 \text{ mol/m}^3.$$

(b) Ako podelimo zapreminu od jednog kubnog metra brojem molova u njemu dobićemo kao rezultat zapreminu jednog mola

$$\frac{1 \text{ m}^3}{44,5 \text{ mol/m}^3} = 0,0225 \text{ m}^3/\text{mol} = 22,5 \text{ l/mol}.$$

Jednačina stanja idealnog gasa se često zapisuje preko broja molova n_m na sledeći način

$$PV = NkT \frac{N_A}{N_A} = \frac{N}{N_A} kN_A T = n_m RT,$$

gde je sa $n_m = \frac{N}{N_A}$ označen broj molova i uvedena je nova konstanta $R = kN_A$ koja se naziva **univerzalna gasna konstanta idealnog gasa**. Njena brojčana vrednost je

$$R = kN_A = (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 8,31 \text{ J/(mol K)}.$$

P r i m e r X. Odrediti broj molova u gumi bicikle smatrajući da je njena zapremina 2,00 l. Za ostale podatke uzeti vrednosti date u primeru X.

R e š e n j e. Na osnovu jednačine stanja idealnog gasa se za broj molova dobija

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(7,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/(mol K)})(291 \text{ K})} = 0,579 \text{ mol}.$$

7.3.2 Jednačina stanja i energija idealnog gasa

Da bi napumpali gumu bicikle mi moramo da izvršimo odgovarajući rad delujući silom mišića na ručicu pumpe, odnosno pomerajući je stalno gore-dole. Time zapravo ubacujemo stalno određenu količinu energiju u sistem. Logično je zapitati se šta se dešava sa tom energijom? Kako znamo da se pumpa prilikom rada postaje topla zaključujemo da deo te energije svakako zagreva pumpu i vazduh a deo se troši na ono što smo hteli a to je povećanje pritiska u gumi.

Interesantno je da jednostavna analiza jednačina stanja idealnog gasa pokazuje da je ona blisko povezana sa energijom. Naime, dimenziono gledano i leva i desna strana se izražavaju u džulima. Desna strana, npr. oblika NkT je, kao što ćemo kasnije videti, proporcionalna kinetičkoj energiji N atoma na apsolutnoj temperaturi T . Leva strana, PV , je takodje po dimenzijama energija, što znači da su kod gasova i pritisak i zapremina povezani sa energijom. Ta energija može da se menja na razne načine, a na osnovu nje gas može da vrši i rad, o čemu će više biti reči u narednim delovima ovog poglavlja.

7.4 Kinetička teorija

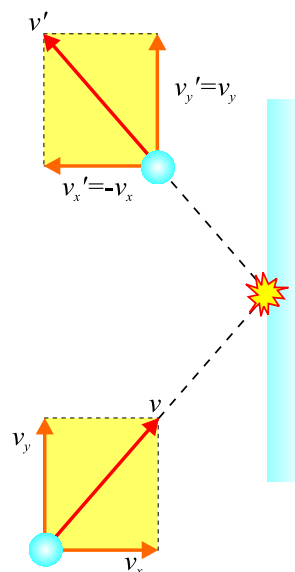
Do sada smo se upoznali sa makroskopskim definicijama pritiska i temperature. Pritisak smo definisali kao odnos sile i površine na koju ona deluje (pod pravim uglom), dok je temperatura (koja se određuje termometrom) ukazivala na to koliko je neko telo zagrejano. Interesantno je razmotriti ove veličine sa atomsko-molekularnog stanovišta, odnosno polazeći od razmatranja kretanja čestica koje čine gas. Teorija koja je razvijena za opisivanje gasnih sistema polazeći od ideje da se oni sastoje od atoma i molekula koji se nalaze u stalnom haotičnom kretanju se naziva **kinetička teorija**.

7.4.1 Molekularno objašnjenje pritiska i temperature

Pretpostavimo da se molekuli gasa nalaze u kocki stranice d unutar koje se haotično kreću, međusobno sudaraju i udaraju u zidove suda. Smatraćemo da su molekuli mnogo manji od njihovih međusobnih rastojanja tako da ih možemo smatrati materijalnim tačkama, kao i da interaguju jedni sa drugima i sa zidovima suda samo prilikom sudara. Pretpostavićemo takodje da su zidovi suda idealno kruti tako da će se prilikom sudara menjati samo pravac brzine molekula a ne i njihov intenzitet. Posledica ovakvih pretpostavki je da su sudari idealno elastični, odnosno da prilikom njih neće biti promenjeni impuls i kinetička energija molekula. To znači da zapravo važe odgovarajući zakoni održanja energije i impulsa koji su obradjeni u oblasti 4.

Neka se u posmatranom sudu (slika 7.6) zapremine $V = d^3$ nalazi N identičnih molekula, pri čemu je masa jednoga od njih m . Ovi molekuli se, kao što je već rečeno kreću potpuno haotično što znači da su trenutne vrednosti njihovih brzina potpuno proizvoljne. Posmatrajmo šta se dešava prilikom udara jednog molekula u desni zid suda. Brzina molekula $\vec{v}$ ima tri komponente, v_x , v_y i v_z . Obzirom da je reč o elastičnom udaru, samo x komponenta brzine menja smer, dok ostale dve ostaju neizmenjene.¹⁵ Impuls molekula $\vec{p} = m\vec{v}$

¹⁵Pri ovome se naravno ne menja intenzitet brzine molekula obzirom da je zadata izrazom $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.



Slika 7.6: Kocka dužine stranice d u kojoj se nalazi idealni gas. Molekul koji je prikazan na slici se kreće nekom proizvoljnom brzinom v . Molekul udara u zid i odbija na elastičan način od njega. Dok x komponenta brine menja smer, y ostaje u potpunosti neizmenjena.

se menja na analogan način, odnosno samo x komponenta menja predznak dok druge dve ostaju neizmenjene. Promena x komponente impulsa je, prema tome:

$$\Delta p_x = -mv_x - (mv_x) = -2mv_x.$$

Upravo toliki impuls je molekul predao zidu suda pa je

$$F_{1x}\Delta t = \Delta p_{1x} = -2mv_{1x},$$

gde je sa F_{1x} označena x komponenta prosečne sile¹⁶ kojom na *jedan* molekul, prilikom sudara deluje zid suda za vreme Δt . Pošto se u ovom izrazu pojavljuje srednja vrednost sile, interval vremena Δt treba da bude srednje vreme izmedju dva udara istog molekula u isti zid suda. A da bi on ponovo došao i udario u njega, potrebno je da ode do drugog zida i vrati se nazad, odnosno da, gledano po x pravcu, predje rastojanje $2d$, krećući se brzinom v_x . Odatle se dobija da je vreme koje protekne izmedju dva udara istog molekula u isti zid suda $\Delta t = 2d/v_{1x}$. Prethodni izraz za silu sada postaje

$$F_{1x} = \frac{-2mv_{1x}}{\Delta t} = \frac{-2mv_{1x}}{2d/v_{1x}} = -\frac{mv_{1x}^2}{d}.$$

Prema trećem Njutnovom zakonu, srednja sila kojom molekul deluje na zid suda je jednaka po intenzitetu a suprotnog smera onoj kojom zid deluje na njega pa se dobija

$$F_{1x,nazid} = -F_{1x} = \frac{mv_{1x}^2}{d}.$$

¹⁶Sila interakcije molekula i zida suda je veoma velika u jednom kratkom intervalu vremena, a onda postaje jednaka nuli dok se ne desi sledeći udar molekula u zid. U tom smislu u ovom izrazu se pojavljuje srednja vrednost sile.

Ovaj izraz predstavlja, kao što je ranije napomenuto, srednju silu koja potiče od udara jednog molekula. Da bi dobili ukupnu silu, treba sabrati analogne izraze za svih N molekula

$$F_x = \frac{m}{d}(v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots).$$

U ovom izrazu je v_{1x} x komponenta brzine prvog molekula, v_{2x} x komponenta drugog, itd. a sabiranje se vrši po svih N molekula u sudu. Kako je N veoma veliki broj u praksi ovakvo sabiranje nije moguće izvršiti već je pogodnije operisati prosečnom vrednošću kvadrata brzine u datom pravcu, koja je jednaka

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots + v_{Nx}^2}{N}.$$

U skladu sa ovim izrazom, sila kojom molekuli deluju na zid suda je

$$F_x = \frac{Nm}{d}\overline{v_x^2}.$$

Za dalju primenu je zgodnije ovu jednačinu izraziti preko srednje vrednosti kvadrata intenziteta brzine v . Kako je $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ njena srednja vrednost je

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}.$$

Pošto je kretanje potpuno haotično, tj. pri ne postoje privilegovani pravci kretanja, srednje vrednosti komponenti brzina su međusobno jednaki: $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$, pa je

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2} \Rightarrow \overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}.$$

Zamena ovog izraza u izraz za silu daje

$$F_x = \frac{N}{3} \left(\frac{m\overline{v^2}}{d} \right).$$

Pritisak kojim gas deluje na posmatrani zid suda se dobija kada se nađe odnos F_x/S gde je $S = d^2$ površina zida. Kako je osim toga $V = d^3$, izraz za pritisak glasi

$$P = \frac{F_x}{S} = \frac{N}{3} \frac{m\overline{v^2}}{Sd} = \frac{1}{3} \frac{Nm\overline{v^2}}{V}, \quad (7.7)$$

odakle se dobija veoma važan rezultat

$$PV = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}. \quad (7.8)$$

Upoređivanje ove jednačine dobijene razmatranjem kretanja pojedinih molekula i empirijske jednačine stanja idealnog gasa (7.4), obzirom da su im leve strana jednake, sledi jednakost njihovih desnih strana

$$\frac{1}{3}Nm\overline{v^2} = NkT.$$

Skraćivanjem broja čestica N i množenjem gornje jednačine sa $3/2$ se dobija izraz

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT.$$

Može se uočiti da se na levoj strani ove jednačine nalazi zapravo srednja kinetička energija molekula idealnog gasa $\overline{E_k}$, tako da važi

$$\overline{E_k} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT. \quad (7.9)$$

Prosečna kinetička energija molekula $\overline{E_k}$ se naziva **termalna energija** a jednačina (7.9) osim toga daje mogućnost za suštinsko objašnjenje temperature.¹⁷ Prema njoj je **temperatura gasnog sistema veličina koja je proporcionalna njegovoj srednjoj kinetičkoj energiji**.

Iz jednačine (7.9) se može dobiti još jedna veoma korisna formula ukoliko se ona reši po srednjoj vrednosti kvadrata brzine, $\overline{v^2} = 3kT/m$. Ovaj izraz se obično zapisuje u obliku

$$v_{ksk} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, \quad (7.10)$$

gde je sa v_{ksk} označen koren srednjeg kvadrata brzine.

P r i m e r X. (a) Kolika je srednja kinetička energija molekula gasa na temperaturi 20 °C? (b) Odrediti koren srednjeg kvadrata brzine molekula azota na toj temperaturi.

R e š e n j e. (a) Za određivanje tražene energije je, prema (7.9) dovoljno znati temperaturu gasa, pa je

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K}) = 6,07 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

(b) Da bi dobili traženu vrednost brzine, prema izrazu (7.10), osim temperature potrebno je da znamo i masu čestica. Za molekularni azot se, na osnovu njegove molarne mase dobija

$$m = \frac{2(14,0067) \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}{6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 4,65 \times 10^{-26} \text{ kg},$$

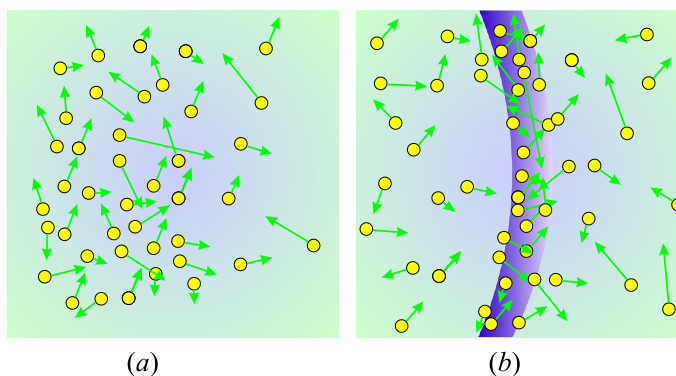
tako da je tražena vrednost brzine

$$v_{ksk} = \sqrt{\frac{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K})}{4,65 \times 10^{-26} \text{ kg}}} = 511 \text{ m/s}.$$

Primetimo da je srednja kinetička energija molekula (7.9) u potpunosti nezavisna od vrste molekula jer jedino zavisi od apsolutne temperature na kojoj se sistem nalazi. Što se tiče brojčane vrednosti ove energije u džulima reč je o veoma malom iznosu, toliko malom da ga ne možemo registrovati našim čulima. U slučaju pak korena srednje kvadratne brzine dobijena vrednost je iznenadjujuće velika. Teško je zamisliti da se molekuli vazduha

¹⁷Napomenimo da je reč o jednačini koja u ovom obliku važi samo za gasove pa je i njeno tumačenje u tom smislu striktno primenljivo samo na njih. Međutim, pokazalo se da se slične relacije dobijaju i prilikom izračunavanja prosečnih kinetičkih energija za ostala agregatna stanja.

kreću tako brzo kroz vazduh, pogotovu ako znamo da se na primer miris parfema kroz njega prostire mnogo manjom brzinom. Naizgled je dobijeni rezultat u neskladu sa našom percepcijom u vezi kretanja molekula kroz vazduh. Razlog je što se molekuli vazduha, tokom kretanja tako velikim brzinama¹⁸ međusobno sudaraju i kreću cik-cak linijama tako da za jednu sekundu ne mogu da predju jako velika rastojanja. Posledica ovoliko velike vrednosti korena srednje kvadratne brzine se međjutim odražava u brzini zvuka u vazduhu, koja iznosi oko 340 m/s na sobnoj temperaturi. Što je veći koren srednje kvadratne brzine molekula vazduha, zvučne oscilacije će se brže prenositi kroz njega. Iz tog razloga brzina zvuka raste sa temperaturom i veća je u gasovima koji imaju manje molekularne mase (7.10), na primer u helijumu.



Slika 7.7: (a) U tipičnom gasu ima jako puno molekula koji se kreću raznim brzinama, i po intenzitetu i po orijentaciji u prostoru. Broj međusobnih sudara može da bude jako velik (milijarde u sekundi). (b) Posmatrani molekul se, usled stalnih sudara, neće daleko pomeriti za kratak interval vremena, ali poremećaj u gasnom sistemu, kao što je to na primer zvučni talas, se prenosi brzinom koja zavisi od srednje molekularne brzine.

7.4.2 Maksvelova raspodela molekula po brzinama

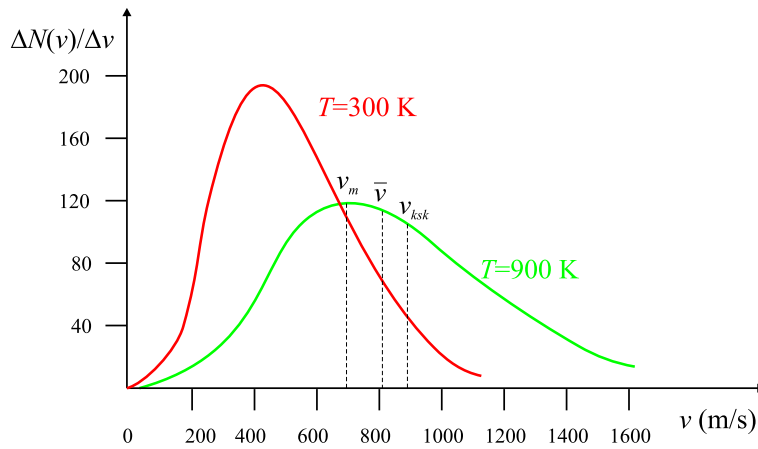
Već je više puta napomenuto da je kretanje molekula u gasovitom stanju potpuno haotično, što znači da se u jednom takvom sistemu mogu naći molekuli sa svim vrednostima brzina, koje mogu biti i sasvim proizvoljno orijentisane u prostoru. Pri tome, broj molekula koji imaju brzinu u određenim intervalima zavisi od toga na kojoj se temperaturi nalazi dati gas kao i od mase njegovih čestica. Drugim rečima u svakom gasu postoji odgovarajuća raspodela molekula po brzinama. Maksvel je¹⁹ teorijski, polazeći od osnovnih postavki kinetičke teorije idealnih gasova, izveo izraz koji opisuje ovu raspodelu, što je nekih 60-ak godina nakon toga i eksperimentalno provereno.²⁰

¹⁸Treba imati u vidu da je reč o srednjoj brzini (koren srednjeg kvadrata brzine zapravo), što znači da u gasu postoje molekuli raznih vrednosti brzina, praktično od onih koji u datom trenutku miruju pa do onih koji se kreću najvećim mogućim brzinama.

¹⁹James Clerk Maxwell (1831-1879).

²⁰Vredno je napomenuti da je i ovaj put, kako to često biva u nauci, obzirom na to da je eksperimentalna provera dosta kasnila, teorijska ideja bila dugo podržavana sumnji i kritikama.

Pretpostavimo da nas zanima koliko će molekula idealnog gasa, koji se nalazi u nekom sudu, imati brzine u intervalu od 400 do 410 m/s. Intuitivno bi trebalo da očekujemo da će ovaj broj zavistiti od temperature. Takodje očekujemo da u gasu ima najviše molekula čije su vrednosti brzina bliske korenu iz srednje kvadratne brzine za dati gas. Čini se logičnim i da mali broj molekula ima veoma male i veoma velike brzine jer bi one bile rezultat veoma specifičnih lančanih sudara (u jednim će se molekuli znatno usporiti a u drugim znatno ubrzati). Ukoliko bi imali način da na datoj temperaturi izbrojimo molekule koji imaju vrednosti brzina u intervalima od po npr. 10 m/s ($\Delta N(v)$) i naneli te brojeve na vertikalnu osu deleći ih intervalom Δv za koji su određeni, dok se na horizontalnoj nalazi brzina, grafik koji bi dobili bi imao oblik prikazan na slici 7.8. Ukoliko bi gas zagrejali broj molekula sa brzinama u datim intervalima (raspodela) bi se promenio tako što bi se pojavio veći broj bržih molekula.



Slika 7.8: Raspodela molekula po brzinama za $N = 10^5$ molekula azota na 300 K i 900 K. Ukupna površina ispod svake krive je jednaka ukupnom broju molekula.

Matematička formula koju je Maksvel dobio za opisivanje raspodele molekula po brzinama ima oblik

$$\frac{\Delta N(v)}{\Delta v} = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \quad (7.11)$$

gde je m masa molekula, k Bolcmanova konstanta a T apsolutna temperatura. Na slici 7.8 su, osim v_{ksk} prikazane još dve karakteristične brzine za ovu raspodelu. Jedna je *srednja brzina* kojom se kreću molekuli gasa, koja je nešto manja od korena iz srednje vrednosti kvadrata brzina, a druga je brzina pri kojoj raspodela molekula po brzinama ima maksimum, v_m koja se stoga zove najverovatnija brzina. Ove brzine su date formulama

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad (7.12)$$

a između njih, kao što je prikazano na grafiku raspodele, važi odnos

$$v_m < \bar{v} < v_{ksk}. \quad (7.13)$$

Na slici 7.8 su prikazane dve krive raspodele za azot za različite temperature. One se mogu dobiti na osnovu jednačine (7.12) zamenom vrednosti temperature i mase molekula. Primetimo da se maksimum raspodela, pri porastu temperature gasa, pomera na desno, što ukazuje na to da u tom slučaju raste broj molekula sa većim brzinama a time i njihova srednja brzina (kao i v_m i v_{kss}). Krive su asimetrične što je posledica činjenice da je najmanja moguća brzina 0 dok za gornju vrednost brzine ne postoji gornja granica.²¹

Kao što je već napomenuto, raspodela molekula po brzinama zavisi i od mase i od temperature. Na datoj temperaturi, deo molekula sa brzinama koje su veće od neke zadate vrednosti je utoliko veći što je manja masa molekula gasa o kome se radi. Time može da se objasni činjenica da molekuli manje mase H_2 i He , lakše napuštaju atmosferu Zemlje od masivnijih molekula O_2 i N_2 kojih stoga i ima značajno više u njoj.

7.5 Fazne transformacije

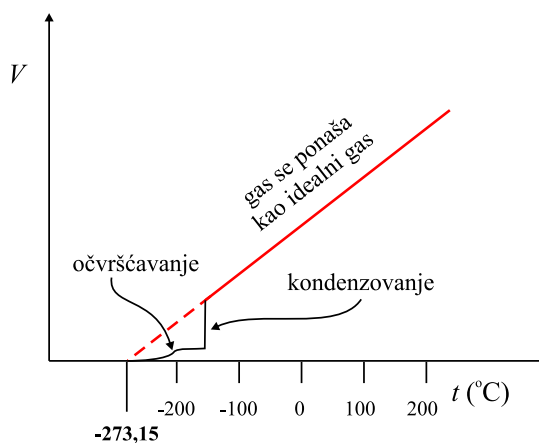
Do sada smo razmatrali ponašanje idealnog gasa. Gasovi sa kojima se u realnosti srećemo ponašaju kao idealni gas ukoliko njihova temperatura nije blizu temperature na kojoj se dešava fazna transformacija, odnosno kondenzacija u tečno ili prelazak u čvrsto agregatno stanje, odnosno fazu. Slika 7.9 pokazuje kada se realni gas ponaša kao idealan a kada to nije tako. U momentu kada gas predje u tečnu fazu, njegovi molekuli postanu bližni jedni drugima a time i zapremina koju zauzimaju znatno manja. Daljim hladjenjem se sa vremenom postiže temperatura na kojoj tečnost prelazi u čvrsto agregatno stanje pri čemu će se zapremina uglavnom i dalje smanjivati. Nulta zapremina se u realnosti nikada ne može postići s obzirom na to da molekuli poseduju sopstvenu zapreminu.

Ova zavisnost se odnosila na situaciju kada se data supstanca nalazi na konstantnom pritisku. Medjutim i promenom pritiska se može desiti da gas predje u tečno agregatno stanje. Ugljen dioksid, na primer, je u gasovitoj fazi kada se nalazi na sobnoj temperaturi i pri atmosferskom pritisku, ali postaje tečan ako se pritisak dovoljno poveća. Da bi pratili takve promene, nacrtaćemo grafik zavisnosti pritiska od zapremine, koji se stoga naziva **PV dijagram**. U slučaju da se supstanca ponaša kao idealni gas, odgovarajući dijagram se lako dobija na osnovu jednačine stanja idealnog gasa (7.4). Ukoliko je broj molekula konstantan, i ako se gas nalazi na konstantnoj temperaturi, desna strana ove jednačine je konstantna, pa se dobija da je

$$PV = const.$$

Iz ove jednačine sledi da se, pri konstantnoj temperaturi, zapremina gasa smanjuje kada pritisak raste. Važi naravno i obrnuto. Ukoliko se nacrtata zavisnost u **PV** dijagramu, dobija se kriva pod nazivom se hiperbola. Niz krivih linija koje za različite *fiksirane temperature* prikazuju kako izgleda zavisnost pritiska i zapremine, se nazivaju *izoterme*. Na nižim temperaturama te krive prestaju da liče na hiperbole što znači da se gas pod tim uslovima ne ponaša kao idealan. Razlog je što je u njemu počela da se vrši kondenzacija pa je on delom u tečnom agregatnom stanju. Može da se uoči takozvana **kritična**

²¹U skladu sa Ajnštajnovom specijalnom teorijom relativnosti, ipak postoji gornje ograničenje za vrednost brzine. Reč je, kao što je dobro poznato, o brzini svetlosti u vakuumu ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Ova činjenica prilikom izvođenja Maksvelove raspodele nije ni mogla biti uzeta u obzir jer je reč o otkriću koje se odigralo više desetina godina nakon njenog formulisanja.



Slika 7.9: Zavisnost zapremine od temperature za realni gas pri konstantnom pritisku. Ako se gas ponaša kao idealan grafik je prava linija - taj deo je na slici 7.2 ekstrapolisan na nultu zapreminu pri $-273,15^{\circ}\text{C}$. U realnosti, zapremina ne postaje jednaka nuli već u momentu prelaska u tečnu fazu opadne na znatno manju vrednost koja se dodatno, ali u mnogo manjem iznosu, smanji nakon očvršćavanja.

tačka, koja odgovara **kritičnoj temperaturi** iznad koje data supstanca ne može da bude u tečnoj fazi. Svejedno, ako je temperatura iznad ove, pri dovoljno velikim pritiscima, gas može da ima gustinu kao da je u tečnom stanju ali će mu se druge osobine razlikovati od uobičajenih osobina tečnosti-neće imati površinski napon i neće ostati u otvorenom sudu već će izlaziti iz njega. Ugljen dioksid, na primer, ne može da se kondenzuje ukoliko se nalazi na temperaturi većoj od $31,0^{\circ}\text{C}$. Kritična temperatura za kiseonik je -118°C , pa je svaki pokušaj da se on prevede u tečno stanje iznad te temperature uzaludan. **Kritični pritisak** je minimalan pritisak potreban da tečnost postoji na kritičnoj temperaturi.

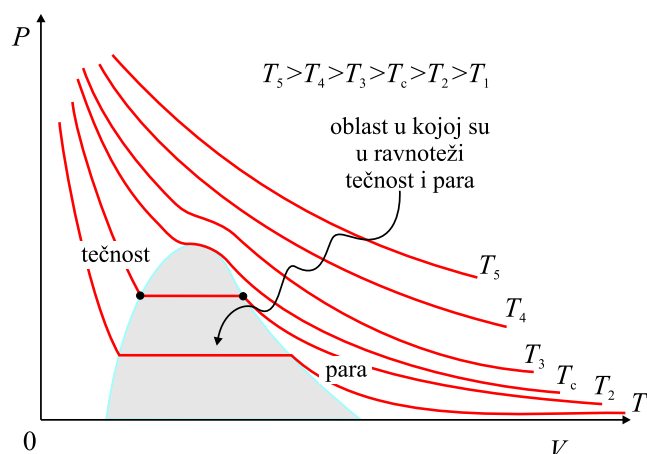
U tabeli 9.2 su prikazane vrednosti kritičnih pritisaka i temperatura za neke supstance.

Supstance	krit. temp. (K)	krit. temp. ($^{\circ}\text{C}$)	krit. prit. (N/m^2)	krit. prit. (atm)
voda	647,4	374,3	$22,12 \times 10^6$	219,0
ugljen dioksid	304,2	31,1	$7,39 \times 10^6$	73,2
kiseonik	154,8	-118,4	$5,08 \times 10^6$	50,3
azot	126,2	-146,9	$3,39 \times 10^6$	33,6
vodonik	33,3	-239,9	$1,30 \times 10^6$	12,9
helijum	5,3	-267,9	$0,0229 \times 10^6$	2,27

Tabela 7.2: Kritične temperature i pritisci

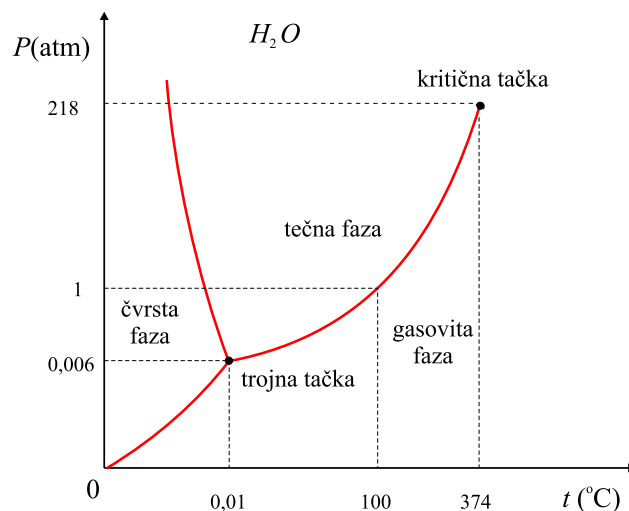
Fazni dijagram

Do sada smo videli kako izgledaju grafici zavisnosti zapremine od temperature i pritiska od zapremine. Ukoliko se predstavi zavisnost pritiska od temperatura može se doći do novog



Slika 7.10: PV dijagram. Svaka kriva predstavlja zavisnost izmedju P i V za neku fiksnu temperaturu. Krive koje odgovaraju višim temperaturama su iznad krivih za manje temperature. Jasno se vidi da najniže krive nisu hiperbole, jer se gas više ne ponaša kao idealan.

načina sagledavanja procesa koji dovode do faznih transformacija. Pošto u tom slučaju postoje dobro definisane oblasti na graficima koje odgovaraju različitim fazama materije, takvi PT grafici se obično nazivaju **faznim dijagramima**.



Slika 7.11: Pojednostavljeni fazni dijagram za vodu. Podela na osama nije linearna.

Na slici 7.11 je prikazan fazni dijagram za vodu na kome su označene oblasti koje odgovaraju različitim fazama. Za dati pritisak i temperaturu sa tog grafika možemo da odmah odredimo u kojoj fazi će biti voda. Pune linije izmedju faza su tačke u kojima su faze u ravnoteži. Na primer, na 1,00 atm tačka ključanja vode je 100 °C. Temperatura ključanja raste ravnomerno do 374 °C na pritisku od 218 atm. Ova kriva se završava u *kritičnoj tački*, obzirom da na višim temperaturama tečna faza ne može da postoji bez

obzira na vrednost pritiska. Kritična tačka odgovara kritičnoj temperaturi, kao što se to vidi u tabeli 9.2.

Na sličan način, kriva između oblasti u kojima je materija u čvrstoj i tečnoj fazi daje temperaturu topljenja (i analogno očvršćavanja) za različite pritiske. Na primer, tačka topljenja vode je $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ na pritisku od 1 atm, kao što i znamo iz svakodnevnog iskustva. Primetimo da grafik pokazuje da za datu fiksiranu temperaturu možemo da menjamo agregatna stanja između čvrstog i tečnog promenom pritiska.²²

Interesantno je da na nižim pritiscima voda ne postoji u tečnoj fazi već ili u čvrstom ili gasovitom stanju (na svim pritiscima ispod 0,006 atm). Direktna fazna transformacija između čvrstog i gasovitog stanja se naziva **sublimacija**.²³

Sve tri krive linije na faznom dijagramu se sreću u jednoj tački koja se naziva **trojna tačka** jer su u njoj sve tri faze u ravnoteži.²⁴ Za vodu trojna tačka se nalazi na 273,16 K i mnogo je pouzdanija za kalibraciju termometara od tačke topljenja vode na 1,00 atm koja se, kao što je već pominjano nalazi na 273,15 K.

7.5.1 Ravnoteža faza

Tečna i gasna faza su u ravnoteži na temperaturi ključanja jer su na njoj jednake količine tečnosti koja isparava i gasa koji se kondenzuje, tako da nema promene u njihovom relativnom odnosu. Kombinacija pritiska i temperature mora da bude odgovarajuća da bi se ovo dešavalo, tj. ona mora da bude na tački koja se nalazi na krivim linijama koje razdvajaju faze na faznom dijagramu. Na primer, ako i temperatura i pritisak porastu za tačno potreban iznos tako da ostanu na liniji razdvajanja faza, ravnoteža faza opstaje jer su i isparavanje i kondenzovanje povećani za isti iznos.

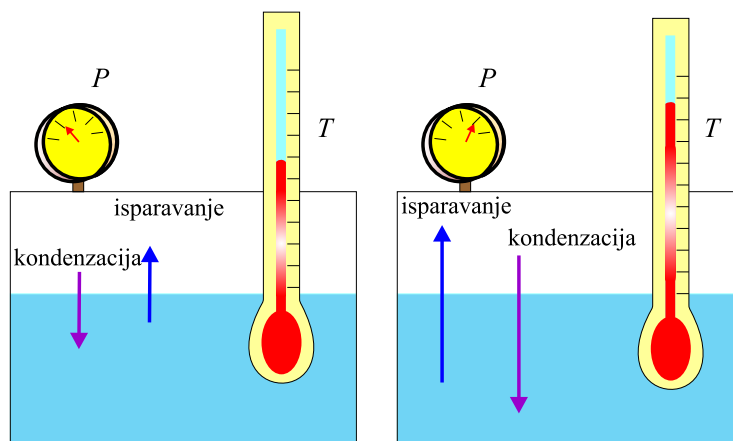
Jedan od primera ravnoteže između tečnosti i gasova su voda i vodena para na $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ i 1,00 atm. Reč je o tački ključanja, što znači da na njoj moraju obe faze da postoje u ravnoteži. Prirodno je zapitati se kako to da u tom slučaju voda u potpunosti ispari iz otvorene posude? Odgovor se nalazi u tome što jedan od uslova predviđenih prethodnim razmatranjima ovde nije ispunjen, a to je da gas koji se nalazi u neposrednoj blizini posude u kojoj ključa voda nije čista voda (odnosno molekuli vode u gasovitoj fazi) već smeša vodene pare i vazduha. Kada bi se tečna voda i vodena para našle u zatvorenoj posudi na $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ i 1,00 atm one bi postojale istovremeno u njoj, ali u slučaju otvorene posude, iznad nje se nalazi uvek nedovoljno molekula vodene pare koji će se kondenzovati tako da isparavanje dominira.

Kakva je situacija sa vodom na npr. $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ i 1,00 atm? Ako pogledamo fazni dijagram videćemo da se tada supstanca nalazi u tečnoj fazi. U ovom slučaju može takodje da nas zabuni činjenica da će, ako ostavimo nepoklopljenu čašu vode u sobi na ovoj temperaturi i ovom pritisku, ona nakon nekog vremena preći u gasovito agregatno stanje. Opet je razlog

²²Tako se na primer voda topi u rukama povećanjem pritiska kada pravimo grudvu od snega i pritiskamo je rukama.

²³Sublimacija je proces koji se dešava i u prirodi kada veliki delovi snežnog pokrivača i smetova direktno iz čvrste faze predju u gasovitu i nikada ne odu u zemljište kao tečna voda. Proces sublimacije se takodje odvija i u frižiderima sa automatskim odmrzavanjem, koristi se u industriji hrane koja se zamrzava na suv način, u prodaji se mogu naći dezodoransi za zatvorene prostorije koji su u čvrstom agregatnom stanju, ...

²⁴Ona se naziva tačkom iako u su u realnosti sve tri faze u ravnoteži ne u tački već u vrlo maloj oblasti oko nje.



Slika 7.12: Ravnoteža između tečnosti i gasa na dve različite temperature ključanja. Veće strelice pokazuju da je isparavanje i kondenzovanje intenzivnije.

za ovo dešavanje činjenica da se iznad čaše sa vodom ne nalazi samo vodena para već smeša vazduha sa njom. Iz tog razloga je čak i smanjena količina isparavanja na ovoj temperaturi koja je niža od temperature ključanja, veća od količine vodene pare koja se kondenzuje iz vazduha i vraća nazad u čašu. Ako bi čašu na odgovarajući način zatvorili, u njoj bi opstala voda u tečnoj fazi. Dodajmo još da se termin **para** koristi za gasnu fazu kada ona postoji ispod temperature ključanja.

7.5.2 Pritisak pare, parcijalni pritisak, Daltonov zakon

Pritisak pare se definiše kao pritisak gasa koji je formiran od strane tečne ili čvrste faze date supstance. Pritisak pare stvaraju dakle najbrži molekuli tečne i čvrste faze koji, prema tome, imaju dovoljno energije da pokidaju veze koje ih drže unutar date supstance i napuste je i predju u gasovitu fazu. Pritisak pare zavisi i od vrste supstance i od njene temperature, što je ona veća, biće veći i pritisak pare, iz prostog razloga što je pri većim temperaturama veća i količina molekula sposobnih da predju u gasnu fazu. Na osnovu ovih razmatranja se može zaključiti da tečna i gasna faza nisu nužno stabilne, jer se obično dešava da gas koji ih okružuje nije sastavljen od molekula iste supstance, tako da veći deo molekula koji napuste čvrsto ili tečno stanje ne može da bude zamenjen molekulima koji bi se kondenzovali iz okolnog gasa.

Parcijalni pritisak je pritisak gasa koji bi on stvarao u situaciji kada bi sam ispunjavao zapreminu koja mu je na raspolaganju. *Ukupni pritisak gasa je prema tome jednostavno zbir parcijalnih pritisaka svih komponenti koje čine dati gas.*²⁵ Ovo tvrdjenje je poznato pod nazivom **Daltonov zakon parcijalnih pritisaka** prema engleskom naučniku Daltonu²⁶ koji ga je prvi formulisao. Daltonov zakon je baziran na kinetičkoj teoriji - svaki gas formira sopstveni pritisak kao posledicu atomskih sudara, nezavisno od toga da li, ili ne, postoje drugi gasovi u datoj zapremini.

²⁵Pod pretpostavkom da je reč o idealnim gasovima čije čestice ne interaguju međusobno i između kojih nema hemijskih reakcija.

²⁶John Dalton (1766-1844).

Voda isparava a led sublimira dok god pritisak vodene pare ne postane veći od parcijalnog pritiska vodene pare u mešavini gasova koja okružuje datu supstancu. Ukoliko je pritisak vodene pare manji od parcijalnog pritiska vodene pare u gasu u okruženju, počinje njeno kondenzovanje ili zaledjivanje.

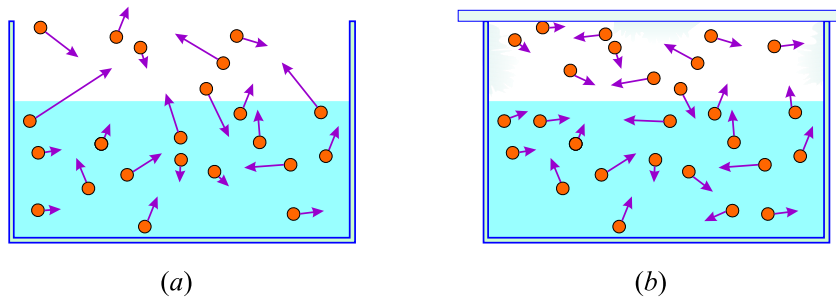
7.6 Vlažnost, isparavanje i ključanje

U svakodnevnom životu, pogotovu u našim krajevima, se može ponekad čuti rečenica: *Ma nije toliko toplo već je vlažno*, kojom se opravdava veliki subjektivni osećaj vrućine preko leta. Naša tela se naime hlade kada su dani vrući isparavanjem vode sa kože i kroz disajne organe. Kako je ovo isparavanje umanjeno ako vazduh sadrži mnogo vlage, mi u takvom situaciji osećamo "veću vrućinu". Suprotno od ovoga, nizak sadržaj vlage u atmosferi takodje nije previše ugodan za nas jer izaziva preveliko isušivanje služokože.

Ljudsko telo gubi toplotu na tri, kao što ćemo kasnije videti, univerzalna načina: znojenjem (odnosno isparavanjem znoja), konvekcijom odvođenjem toplote u okolni vazduh i termalnim zračenjem. U uslovima visoke vlažnosti isparavanje znoja sa kože opada pa je i uspeh ljudskog tela u postizanju optimalne temperature umanjen. Takodje, ako je atmosfera jednako topla ili toplija od kože pri visokoj vlažnosti, krv koja dolazi do površinskih slojeva kože ne može da se oslobodi toplote provodjenjem i organizam dolazi u stanje koje se naziva hyperpyrexia. Pošto veći deo krvi odlazi do spoljašne površine tela, relativno manji deo odlazi u aktivne mišiće, u mozak i druge unutrašnje organe. Iz tog razloga se, u uslovima visoke vlažnosti, brže oseti iscrpljenost i umor a značajan je i negativan efekat koji ovakva situacija ima na mentalne sposobnosti. Sve to rezultira uslovima koji se nazivaju toplotni udar ili hypertermia.

Pod pojmom vlažnost se obično misli na *relativnu vlažnost*. Fizička veličina koja je ovako nazvana nam u stvari govori o tome koliko vodene pare ima u vazduhu u poredjenju sa maksimalno mogućom količinom koju vazduh može da primi u datim uslovima (na datoj temperaturi). U tom smislu je maksimalna relativna vlažnost vazduha 100% i ukoliko je postignuta prestaje isparavanje okolnih tela. Količina vodene pare koju vazduh može da primi zavisi od njegove temperature. Opravdanje za ovo tvrdjenje se može naći u činjenici da relativna vlažnost vazduha raste u večernjim časovima kada temperatura vazduha opada i ponekad dostiže takozvanu *tačku rose*. Na temperaturi koja odgovara tački rose, relativna vlažnost vazduha je 100%, i može da se pojavi na primer magla kao rezultat kondenzacije kapi vode. Ukoliko pak želimo da isušimo neko telo (mokru kosu), najefikasnije je duvati topao vazduh na njega jer on, obzirom na veću temperaturu može da primi više vodene pare.

Ono što omogućuje vazduhu da primi vodenu paru je pritisak pare koji se uspostavlja iznad vode i leda. I jedna i druga faza stvaraju iznad sebe paru jer u obe postoje molekuli dovoljne energije da predju u gasovitu fazu (slika 7.13 (a)). Za molekule gasne faze se može reći slično, odnosno, neki od njih nemaju dovoljno energije da ostanu slobodni već bivaju privučeni molekulima vode i ponovo kondenzovani. Ukoliko se posuda u kojoj se nalazi voda zatvori (slika 7.13 (b)), isparavanje se nastavlja, povećava se pritisak pare, sve dok je ne bude dovoljno da obrnuti proces kondenzacije u potpunosti uravnoteži isparavanje. Kada se postigne ravnoteža to znači da je pritisak pare postao jednak njenom parcijalnom pritisku



Slika 7.13: (a) U skladu sa raspodelom molekula po brzinama, neki će imati dovoljnu energiju da raskinu medijumolekularne veze u tečnosti i predju u gas čak i na temperaturama ispod tačke ključanja (b) Ako je posuda zatvorena, isparavanje će se nastaviti sve dok količina kondenzovane tečnosti ne postane jednaka količini one koja ispari. Gustina pare i njen parcijalni pritisak su tada postigli zasićene vrednosti.

u sudu. Pritisak pare raste sa temperaturom zato što rastu i prosečne brzine molekula u skladu sa promenom raspodele (slika 7.8). U tabeli 9.3 su predstavljene vrednosti pritiska pare za neke karakteristične temperature.

$t(^{\circ}\text{C})$	$P(\text{N/m}^2)$	$\rho_z(\text{g/m}^3)$	$t(^{\circ}\text{C})$	$P(\text{N/m}^2)$	$\rho_z(\text{g/m}^3)$
-50	4,0	0,039	37	$6,31 \times 10^3$	44,0
-20	$1,04 \times 10^2$	0,089	40	$7,34 \times 10^3$	51,1
-10	$2,60 \times 10^2$	2,36	50	$1,23 \times 10^4$	82,4
0	$6,10 \times 10^2$	4,84	60	$1,99 \times 10^4$	130
5	$8,68 \times 10^2$	6,80	70	$3,12 \times 10^4$	197
10	$1,19 \times 10^3$	9,40	80	$4,73 \times 10^4$	294
15	$1,69 \times 10^3$	12,8	90	$7,01 \times 10^4$	418
20	$2,33 \times 10^3$	17,2	95	$8,59 \times 10^4$	505
25	$3,17 \times 10^3$	23,0	100	$1,01 \times 10^5$	598
30	$4,24 \times 10^3$	30,4	120	$1,99 \times 10^5$	1095

Tabela 7.3: Pritisak i gustina zasićene vodene pare

Relativna vlažnost vazduha je u vezi sa parcijalnim pritiskom vodene pare u vazduhu. Kada je maksimalna (100%), parcijalni pritisak je jednak pritisku pare i u tom slučaju vazduh ne može da primi više molekula vodene pare jer već sadrži u sebi maksimalnu količinu. Ukoliko je parcijalni pritisak manji od pritiska pare, isparavanje se odvija a relativna vlažnost je manja od 100%. Kada je pak parcijalni pritisak veći od pritiska pare, dominira proces kondenzacije. Sposobnost vazduha da primi vodenu paru je dakle određena pritiskom pare vode i leda.

Relativna vlažnost u procentima se definiše kao odnos gustine vodene pare u vazduhu ρ , i gustine zasićene vodene pare ρ_z , pomnožen sa 100,

$$W = \frac{\rho}{\rho_z} \times 100. \quad (7.14)$$

P r i m e r X. Prema tabeli 9.3 pritisak vodene pare na $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ iznosi $2,33 \times 10^3\text{ N/m}^2$. Smatrajući vodenu paru idealnim gasom, izračunati njenu gustinu u g/m^3 koja stvara parcijalni pritisak jednak pritisku pare. Uporediti rezultat sa gustinom zasićene vodene pare datom u istoj tabeli.

R e š e n j e. Iz jednačine stanja idealnog gasa $PV = n_m RT$ se dobija

$$\frac{n_m}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{2,33 \times 10^3\text{ N/m}^2}{(8,31\text{ J/(mol K)})(293\text{ K})} = 0,957 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}.$$

Kao je molekularna masa vode $18,9\text{ g/mol}$, gustina vodene pare u g/m^3 će biti

$$\rho = (0,957 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3})(18,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}) = 17,2 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}.$$

Rezultat je dobijen pod pretpostavkom da je pritisak jednak pritisku vodene pare na $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Dobijena gustina je jednaka gustini zasićene pare iz tabele 9.3 što znači da tolika gustina vodene pare stvara parcijalni pritisak od $2,33 \times 10^3\text{ N/m}^2$.

Veza relativne vlažnosti i tačke rose će biti jasnija rešavanjem narednog primera.

P r i m e r X. (a) Izračunati relativnu vlažnost u procentima u toku dana kada je temperatura vazduha $25,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a vazduh sadrži $9,40\text{ g}$ vodene pare po m^3 . (b) Pri kojoj temperaturi će ova količina vodene pare biti dovoljna da se dostigne 100% relativne vlažnosti, odnosno tačka rose? (c) Kolika je vlažnost vazduha temperature $25,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ukoliko je tačka rose na $-10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$?

R e š e n j e. (a) Koristićemo jednačinu (7.14) u kojoj je $\rho = 9,40\text{ g/m}^3$ a za maksimalnu količinu vodene pare koju na toj temperaturi može da primi vazduh iz tabele dobijamo $\rho_z = 23,0\text{ g/m}^3$ pa je

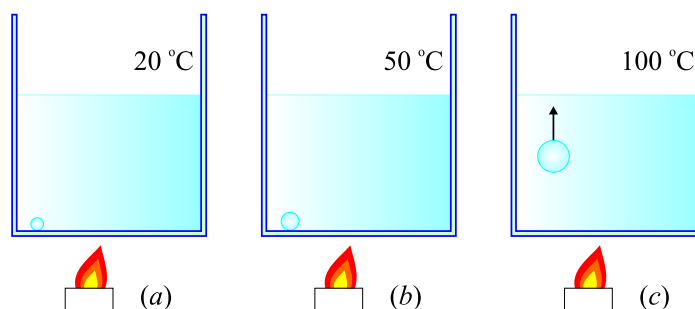
$$W = \frac{(9,40\text{ g/m}^3)}{23,0\text{ g/m}^3} \times 100 = 40,9\%.$$

(b) Vazduh prema podacima sadrži $9,40\text{ g/m}^3$ vodene pare. Relativna vlažnost će sa ovom količinom vodene pare biti 100% ukoliko je ona postane gustina zasićene vodene pare a to će se, prema tabeli 9.3, desiti na temperaturi od $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ što predstavlja tačku rose za vazduh sa toliko vodene pare. (c) Ukoliko je tačka rose vazduha na $-10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ to, prema istoj tabeli znači da vazduh sadrži $2,36\text{ g/m}^3$, jer je to gustina zasićene vodene pare na toj temperaturi. Kako je pak maksimalna količina vodene pare koju na temperaturi $25,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ može da primi vazduh $23,0\text{ g/m}^3$, relativna vlažnost će biti

$$W = \frac{(2,36\text{ g/m}^3)}{(23,0\text{ g/m}^3)} \times 100 = 10,3\%.$$

Možemo da se zapitamo zašto voda ključa baš na $100,0\text{ }^{\circ}\text{C}$? Primitimo da je, prema tabeli 9.3 pritisak vodene pare na toj temperaturi jednak $1,01 \times 10^5\text{ N/m}^2$, odnosno $1,00\text{ atm}$. To znači da voda može da isparava bez ikakvih ograničenja ukoliko se nadje na toj temperaturi. Kada voda počne da ključa to znači da isparava po celoj zapremini, a da se to desilo prepoznavamo po formiranju mehurića koji se pri podizanju na više povećavaju sve dok ne izađu u vazduh. Prirodno je zapitati se kako se ovi mehurići formiraju i zašto se baš tako ponašaju. Razlog je što voda obično sadrži određenu količinu vazduha u sebi (kao

i neke druge primese) što možemo da uočimo kao postojanje malih mehurića vazduha koji se obično zalepe za zidove čase ili flaše u kojoj se nalazi voda. U jednom takvom mehuriću vazduha koji se nalazi na dnu posude sa vodom na temperaturi od $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ se nalazi oko 2,30% vodene pare. Pritisak u mehurićima ukoliko zanemarimo hidrostatički pritisak vode, iznosi 1 atm. Ako vodu zagrevamo, raste i temperatura gasova u mehurići, količina vazduha ostaje ista dok količina vodene pare u mehuriću raste pa mehur počinje da se širi da bi zadržao pritisak od 1,00 atm. Na $100,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, vodena para neprekidno ulazi u mehurić, koji pokušava da održi njen parcijalni pritisak na 1 atm. To međjutim nije moguće jer mehurić već sadrži i molekule vazduha u sebi. Iz tog razloga raste veličina mehurića, sila potiska takodje²⁷ i izdiže ga dok ne dodje do površine tečnosti i napusti je.



Slika 7.14: (a) Mehur u kome se nalazi smeša vazduha i zasićene vodene pare na $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. (b) Temperatura raste, na višoj temperaturi u mehur može da udje više vodene pare, on se širi, pritisak ostaje isti. (c) Na $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ u mehur ulazi stalno vodena para, pa se on širi. Usled manje gustine, izdiže se pod dejstvom sile potiska i izlazi iz vode.

7.7 Toplota

Reč *toplota* ima više značenja u svakodnevnom životu, pri čemu se mnoge od njih razlikuju od njene precizne naučne definicije. U naučom smislu, preko toplote se vrši razmena energije izmedju tela. Prisetimo se da se energija izmedju tela može razmenjivati takodje i putem rada. Toplota i rad su jedina dva, međjusobno različita, načina da se energija razmenjuje. Rad je organizovan transfer energije prilikom koga sila deluje vršeći obično pomeranje tela kroz prostor. Toplota pak uključuje haotično termalno kretanje atoma i molekula, i u tom smislu, se radi o pojmu koji je u vezi sa nečim što nije organizovano i uredjeno. Iz svakodnevnog iskustva znamo da ako dovedemo u kontakt dva tela različitih temperatura (na primer kocke leda u čaši koka kole), da će ona interagovati sve dok im se temperature ne izjednače. Temperature su, kao što je pokazano, u direktnoj vezi sa srednjom kinetičkom energijom atoma i molekula u telima. Iz toga sledi da je pri ovome, izvršen transfer neke

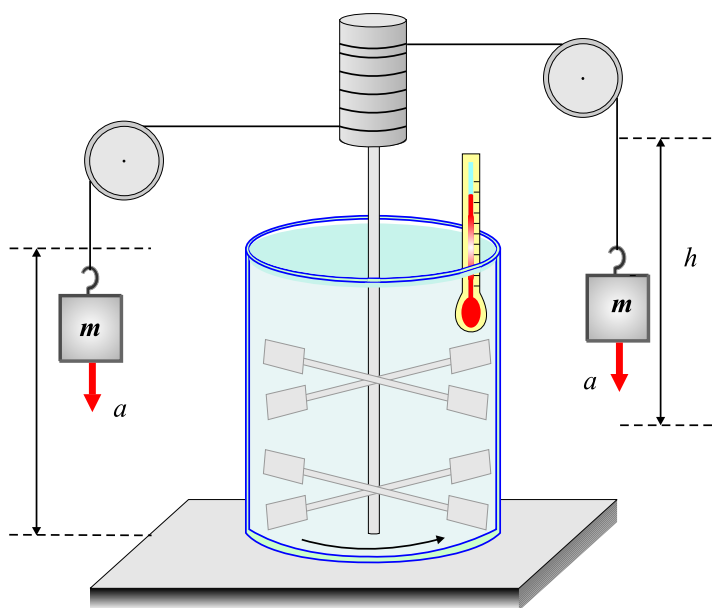
²⁷Ovo se dešava stoga što je vlažan vazduh redji od suvog, što na prvi pogled izgleda nelogično. Međjutim 78% vazduha čini azot (N_2), molekularne mase 28. Narednih 21% je kiseonik (O_2), čija je molekularna masa 32. U onom 1% koji je preostao dominira argon (Ar) sa čak 0,9% dok ostatak čini smeša raznih gasova. Imajući u vidu tačan odnos gasova koji ulaze u ovu smešu dobija se da je srednja molekularna masa suvog vazduha 29. Ukoliko se, molekuli vodene pare (H_2O), molekularne mase 18, nadju u toj smeši njena gustina će opasti. Na taj način, vazduh veće vlažnosti je redji od suvog vazduha na istoj temperaturi i pritisku.

vrste energije sa tela više na telo niže temperature. Pri tome nije izvršen nikakav mehanički rad jer nema sile koja deluje tako da izvrši neko pomeranje delova sistema. Prenos energije je izazvan samo razlikom u temperaturi i prestaje onda kada one postanu jednake. Na osnovu toga može da se kaže da je: **Toplota energija koja se prenosi samo usled razlike u temperaturi**. Razlika u temperaturi zapravo izaziva *protok* toplote.

Obzirom na to da je toplota vrsta energije, ona se i izražava u džulima. Nekada se smatralo da je toplota poseban fluid koji je nazvan kalorik pa otuda je još uvek u upotrebi i stara jedinica za toplotu pod nazivom *kalorija*. Inače definicija kalorije je veoma prirodna. Jedna **kalorija** (cal) je količina toplote koja je potrebna da se temperatura 1 g vode promeni za 1,00 °C. To je mala količina toplote pa je u češćoj upotrebi kilokalorija (kcal=Cal). Energetska vrednost hrane se često izražava upravo u kilokalorijama.

Temperatura vode, ili neke druge supstance, može takodje da se promeni i tako što bi se izvršio rad, jer se radom vrši transfer energije sa tela na telo. Ta činjenica je bila krucijalna prilikom izvodjenja zaključka da je toplota jedna od vrsta energije. Jedan od naučnika koji je najviše uradio na ovom polju je bio engleski fizičar Džul²⁸ koji je svojevremeno izvršio ogroman broj eksperimenata da bi pokazao da postoji mehanički ekvivalent toplote - količina izvršenog rada potrebnog da se dobije isti efekat kao kada se prenese određena količina toplote. Veza između "stare" jedinice za toplotu i jedinice za energiju, odnosno rad je

$$1,000 \text{ kcal} = 4186 \text{ J.}$$



Slika 7.15: Skica jednog od Džulovih eksperimenata.

Na slici 7.15 je prikazana skica jednog od Džulovih eksperimenata za demonstraciju mehaničkog ekvivalenta toplote. U ovom eksperimentu se gravitaciona potencijalna energija tegova, podignutih na visini h , konvertovala u kinetičku energiju rotacije lopatica koje su

²⁸James Prescott Joule (1818-1889).

kretanjem usled viskoznosti terale na kretanje molekule vode što je, izazivalo povećanje srednje brzine njihovog kretanja a time i njihove srednje kinetičke energije. Voda se nalazila u toplotno izolovanoj posudi a termometar je merio povećanje njene temperature.

Džulovi eksperimenti nisu samo demonstrirali da rad i toplota mogu da proizvedu iste efekte već su pomogli da se zasnuje zakon održanja energije. Zbog njegovog ogromnog doprinosa razvoju ove oblasti fizike je SI jedinica za energiju dobila njegovo ime.

Kada toplota udje u sistem ona se transformiše u neke druge oblike energije. Ona može da izazove povećanje kinetičke energije atoma i molekula, odnosno da poveća njegovu temperaturu. Na taj način se na primer u rerni zagreva hrana. Toplota može takodje da izazove promenu faze materije, naime zagrevanjem leda se događa njegovo topljenje. U oba slučaja se dešava da se menja nešto sto se naziva *unutrašnja energija* sistema. Slično važi i za rad, kada se ubaci u sistem, on može da izazove, kao i toplota, oba efekta-povećanje temperature i faznu transformaciju. Naravno, samo na osnovu ta dva efekta (povećanja temperature i fazne transformacije) se ne može reći šta ih je izazvalo.

7.8 Promena temperature i specifična toplota

Jedan od glavnih efekata razmene toplote je promena temperature sistema, pri čemu se ona povećava kada se u sistem unosi toplota a smanjuje onda kada se od sistema oduzima. Koliko međjutim pri tome treba toplote da bi se temperatura sistema promenila za 1 stepen i koji su još parametri pri tome bitni? Da bi uprostiti razmatranje pretpostavićemo kao prvo da se pri tome ne dešava fazna transformacija koja bi samo usložnila analizu.²⁹ Kao drugo pretpostavićemo da se ne vrši rad ni nad sistemom niti da on vrši rad, tako da je jedina vrsta energija koju sistem razmenjuje toplota.

Eksperimenti pokazuju da količina toplote potrebna da se izazove promena u temperaturi sistema zavisi od tri faktora: veličine temperaturskog intervala, mase sistema, i supstance od koje se on sastoji.

Prva dva faktora, promenu u temperaturi i masi je lakše razumeti. Intuitivno je jasno da količina predate toplote direktno proporcionalna temperaturskoj promeni. Konkretno, na atomskoj skali nam je već poznato da je srednja kinetička energija atoma i molekula direktno proporcionalna apsolutnoj temperaturi pa je logično da nam treba 2x više energije da bi povećali temperaturu duplo. Slično, što je veća masa sistema to je u njemu više atoma i molekula i potrebno nam je više toplote da bi smo ih naterali da se brže kreću.

Treći važan faktor je supstanca i faza u kojoj se ona nalazi. Na primer, potrebne su različite količine susptance da bi se promenila temperatura 1 kg bakra i iste mase vode u tečnoj fazi³⁰ za 1,00 °C (bakru je potrebno 10,8 puta manje toplote za isti efekat).

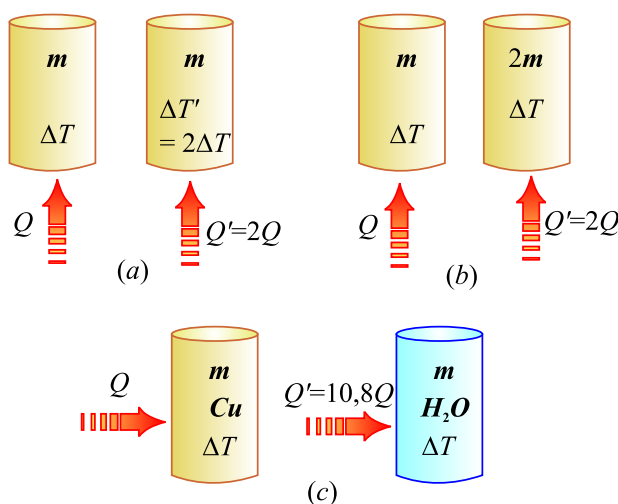
Kvantitativna veza izmedju toplote Q , mase sistema m i intervala za koji se promeni temperatura sistema sadrži u sebi sva tri pomenuta faktora i ima oblik

$$Q = mc\Delta T. \quad (7.15)$$

Obzirom na jednakost temperaturskih intervala u Kelvinovoj i Celzijusovoj skali u ovom izrazu može umesto ΔT da stoji Δt . Simbolom c je označena fizička veličina koja se naziva

²⁹Fazne transformacije će biti kasnije razmotrene.

³⁰Nije svejedno u kojoj se fazi nalazi supstanca. Tako na primer da bi promenili temperaturu 1,00 kg leda za 1,00 °C treba mu predati duplo manje toplote nego istoj količini tečne vode.



Slika 7.16: Količina toplote potrebna da se promeni temperatura za tela zavisi od intervala temperature, mase, supstance (i faze u kojoj se nalazi).

specifična toplota, koja, prema ovom izrazu³¹ predstavlja količinu toplote potrebnu da se 1,00 kg mase promeni temperatura za 1,00 °C. Ona po svom smislu ima različite vrednosti za različite supstance a SI jedinica joj je J/(kgK) ili J/(kg°C)

Specifična toplota zavisi od substance (njene strukture), faze u kojoj se nalazi, temperature na kojoj se proces odvija kao i od toga da li se sistem zagreva pri konstantnom pritisku ili zapremini.³² U tabeli 9.4 su date vrednosti specifične toplote za promene temperature koje se odvijaju pri konstantnoj zapremini supstance.

supstanca	c (J/(kgK))	supstanca	c (J/(kgK))
aluminijum	900	benzen	1740
bakar	387	etanol	2450
staklo	840	glicerin	2410
zlato	129	živa	139
ljudsko telo (na 37 °C)	3500	voda (na 15,0 °C)	4186
led (od –50 do 0 °C)	2090	suvi vazduh	721
čelik	452	ugljen dioksid	638
olovo	128	azot	739
srebro	235	kiseonik	651
drvo	1700	para (na 100 °C)	1520

Tabela 7.4: Specifična toplota za neke supstance

Ljudsko telo hranu, odnosno energiju, koja se unosi u njega koristi na tri načina. Može

³¹Iz relacije (7.14) se za specifičnu toplotu naime dobija $c = Q/(m\Delta T)$.

³²Budući da se razlikuju, specifična toplota pri konstantnom pritisku se obično označava sa c_P a ukoliko se određuje pri konstantnoj zapremini označava se sa c_V . Ove vrednosti se, naročito za gasove, razlikuju.

da je uskladišti u vidu masti, može da je iskoristi za vršenje rada ili pak za stvaranje telesne toplote, odnosno za održavanje temperature tela koje se, obzirom da se obično nalazi u sredini koja ima znatno manju temperaturu, stalno hladi.

P r i m e r X. Za koliko bi porasla temperatura tela čoveka mase 75 kg ako popije čašu jogurta koji sadrži 350 kcal uz pretpostavku da se celokupna količina iskoristi kao toplotna energija?

R e š e n j e. Promena temperature tela je, na osnovu jednačine (7.15),

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{350 \times 4186 \text{ J}}{(75,0 \text{ kg})(3500 \text{ J/(kgK)})} = 5,60 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Ovaj rezultat naravno ne odgovara realnosti, jer bi značio da bi od jedne čaše jogurta temperatura trebalo da poraste na 42,6 $^{\circ}\text{C}$. Pošto se to ne dešava, zaključujemo da ljudsko telo neće svu ovu energiju iskoristiti za zagrevanje, već će deo izgubiti, o čemu će više biti reči kasnije.

Razmotrimo jednu realniju situaciju koja se odnosi na zagrevanje kočnica kamiona prilikom njegovog zaustavljanja.

P r i m e r X. Kamion mase 10 000 kg predje na nizbrdici, bez upaljenog motora, konstatnom brzinom visinsku razliku od 75,0 m. Izračunati za koliko se poveća temperatura njegovih kočnica mase 100 kg, srednje specifične toplote 800 J/(kgK).

R e š e n j e. U ovom slučaju kočnice sprečavaju ubrzavanje kamiona do koga bi došlo na račun promene njegove gravitacione potencijalne energije. Ona naime prelazi u kinetičku energiju kamiona. Kako je masa kamiona mnogo veća od mase kočnica koje apsorbiraju tu promenu u energiji treba očekivati značajnu promenu u temperaturi.

Prvo je potrebno izračunati gravitacionu potencijalnu energiju kojom raspolaže kamion

$$Mgh = (10000 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(75,0 \text{ m}) = 7,35 \times 10^6 \text{ J},$$

i onda uzeti da ona u potpunosti prelazi u toplotu koja se predaje kočnicama. Na osnovu toga je promena u njihovoj temperaturi

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{7,35 \times 10^6 \text{ J}}{(100 \text{ kg})(800 \text{ J/(kgK)})} = 92,0 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

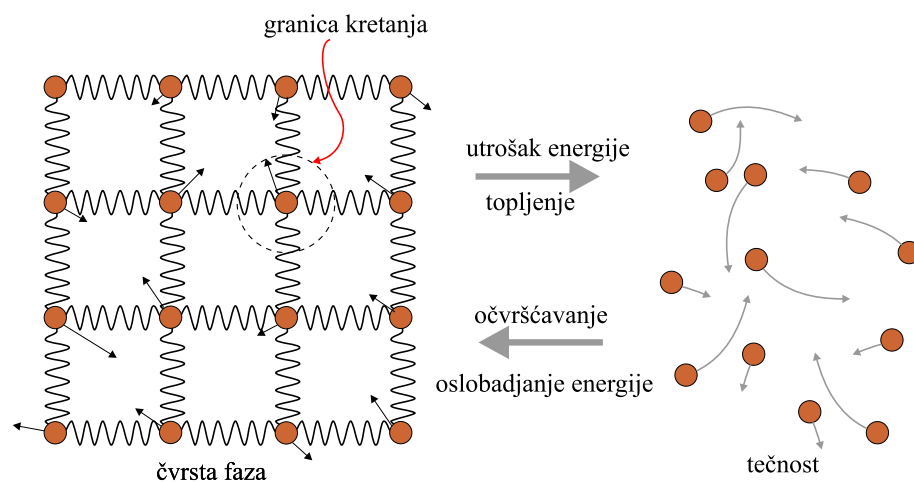
7.9 Fazne transformacije i latentna toplota

Do sada je uglavnom analiziran glavni efekat toplote koji se ogleda u promeni temperature tela. Sada ćemo se baviti drugim važnim efektom koji se odnosi na fazne transformacije. U prirodi i oko nas ima puno primera toga, zimi na primer sunce zagreva sneg koji se nalazi na krovu koji se otapa i kaplje sa krova. Kada se temperatura vazduha promeni ove kapi se zamrznu i formiraju živopisne ledenice koje vise sa krova. Kada se temperatura vazduha opet poveća i sneg sa krovova i ledenice nastave da se otapaju i da prelaze u tečnu fazu.

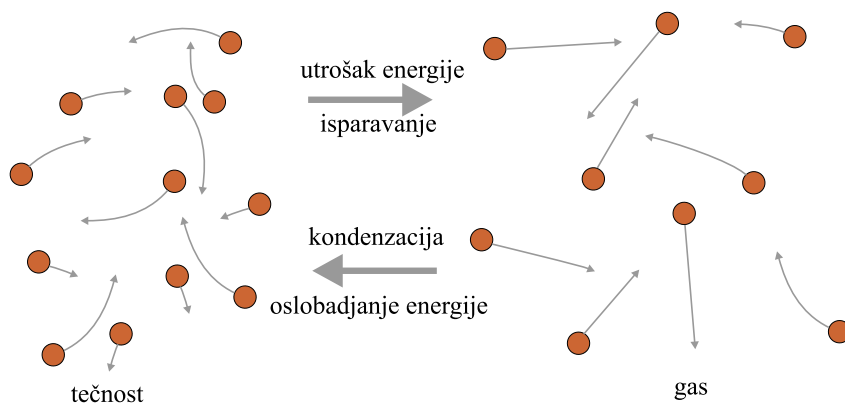
Intuitivno je jasno da je za prelazak iz čvrste faze u tečnu potrebna energija koja se **troši** na delimično savladanje međumolekularnih sila koje u čvrstom agregatnom stanju ne dozvoljavaju molekulima da se udaljavaju jedni od drugih. Analogno, potrebna je energija da se molekuli tečnosti, koji su i dalje relativno blizu jedni drugih, udalje toliko da privlačne

medjumolekularne sile prestanu da ih drže na okupu, i da od tečne faze dobijemo gasovitu. Pri ovome, dok se fazna transformacija u potpunosti ne završi, nema promene temperature supstance. Energija potrebna za faznu transformaciju se dobija od toplote koja se prenosi na dati sistem od tela više temperature, na primer sunca. Ona takodje može da se dobije na račun rada koji se vrši nad sistemom, kao kada se usled trenja klizanja (oslobadja toplota koja) topi gumu.

Obrnuto, u suprotnim procesima očvršćavanja i kondenzovanja se energija **oslobadja**, obično u obliku toplote. Sile kohezije vrše rad nad molekulima, približavaju ih jedne drugima, a energija koja se proizvede na takav način mora da se oslobodi da bi oni mogli da ostanu zajedno (slika 7.17)



Slika 7.17: Topljenje i očvršćavanje.



Slika 7.18: Isparavanje i kondenzacija.

Energija koja se razmenjuje pri faznim transformacijama zavisi od dva faktora. Oba su logična ukoliko se fazne transformacije razmotre sa atomsko-molekularnog stanovišta. Kao prvo, energija potrebna za faznu transformaciju je proporcionalna masi supstance koja menja fazu, zato što je za svaki molekul koji menja fazu potrebna određena količina

energije a ukupna energija će biti zbir energija za sve molekule. Drugo, energija koja je potrebna će zavistiti od supstance, zato što jačina medjumolekularnih sila nije ista kod svih vrsta molekula. Ta dva faktora uzeta su u obzir u sledeće dve jednačine:

$$Q = mL_t, \quad (\text{topljenje-očvršćavanje}) \quad (7.16)$$

$$Q = mL_i, \quad (\text{isparavanje-kondenzacija}), \quad (7.17)$$

u kojima je sa Q označena količina toplote potrebna da se izvrši fazna transformacija supstance mase m . Sa L_t je označena **toplota** topljenja koja, prema (7.16), predstavlja energiju potrebnu da se 1,00 kg materije koja je u čvrstoj fazi i na temperaturi topljenja, prevede u tečnu fazu. Ona je jednaka toploti koja se oslobodi kada se 1,00 kg iste materije koja je u tečnoj fazi, na temperaturi očvršćavanja, prevede u čvrstu fazu. Sa L_i je, u jednačini (7.17), označena toplota isparavanja koja predstavlja energiju potrebnu da se 1,00 kg materije koja se nalazi na temperaturi isparavanja u tečnoj fazi, prevede u gasovitu fazu. Za nju takodje važi da je jednaka toploti koja se oslobodi kada se 1,00 kg iste materije iz gasovitog stanja, na temperaturi kondenzovanja, prevede u tečnu fazu. Obe toplote se izražavaju prema tome u J/kg, i imaju različite vrednosti od supstance do supstance, obzirom da, kao što je ranije napomenuto, jačina medjumolekularnih sila nije ista. I toplota topljenja/očvršćavanja i toplota isparavanja/kondenzovanja se nazivaju **latentnim (sakrivenim) toplotnim koeficijentima**.³³ U tabeli 9.5 su navedene latentne toplote i tačke topljenja i ključanja koje odgovaraju pritisku od 1 atm.

supstanca	tačka topljenja (°C)	L_t (kJ/kg)	tačka ključanja (°C)	L_i (kJ/kg)
helijum	-296,7	5,23	-268,9	20,9
vodonik	-259,3	58,6	-252,9	452
azot	-210,0	25,5	-195,8	201
kiseonik	-218,8	13,8	-183,0	213
živa	-38,9	11,8	357	272
voda	0,00	334	100,0	2256
olovo	327	24,5	1750	871
aluminijum	660	380	2450	11400
srebro	961	88,3	2193	2336
zlato	1063	64,5	2660	1578
bakar	1083	134	2595	5069

Tabela 7.5: Latentne toplote i tačke ključanja za razne supstance.

Iz tabele se vidi da se za fazne transformacije troši prilično velika količina energije.³⁴

³³Razlozi za ovakav naziv se nalaze u to me što se obračunavanju po jedinici mase i u tome što se odnose na momenat fazne transformacije u kome energija ulazi u sistem ili ga napušta, a da se njegova temperatura pri tome ne menja, što nije uobičajena situacija pri razmeni toplote medju telima.

³⁴Naime, energija koja je potrebna da se istopi 1 kg leda na 0 °C i da se dobije 1 kg vode na istoj temperaturi iznosi 334 kJ. Kao što je lako izračunati na osnovu jednačine (7.15), ovolikom količinom energije se može zagrejati 1 kg vode, koja je već u tečnoj fazi, od 0 do 79,8 °C! A na osnovu podataka iz tabele je energija potrebna da se ispari 1 kg tečne vode temperature 100 °C i da se dobije vodena para iste temperature skoro sedam puta veća!

Do sada je više puta pominjano da se temperatura supstance ne menja u toku fazne transformacije. Prirodno je zapitati se zašto je to tako. Pretpostavimo da smo u neku posudu sipali vodu, zaledili je a zatim stavili na ringlu šporeta i počeli da zagrevamo. Deo leda koji se nalazi uz dno posude koja se greje će prvi dostići temperaturu topljenja i preći u tečno agregatno stanje. Voda koja je pri tome dobijena će se i dalje zagrevati ali će, obzirom da je u kontaktu sa ledom koji je niže temperature, njemu stalno predavati toplotu (prema nultom zakonu termodinamike) i izazivati njegovo dalje topljenje. Led će se pri tome stalno imati temperaturu od $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Taj proces se nastavlja sve dok u smeši postoji neistopljen led i naravno važi i za topljenje svih ostalih supstanci. Ista je situacija i sa procesom isparavanja, koji se na temperaturi ključanja odvija bez porasta temperature, sve dok sva supstanca koja se nalazi u tečnoj fazi ne predje u gasnu. Bilo koji lokalni porast temperature izaziva prenos toplote na tečnost koja je niže temperature pri čemu ta toplota izaziva njeno dalje isparavanje. U skladu sa time, obzirom da se dok fazne transformacije traju temperatura sistema ne menja, može da se kaže da one imaju stabilizujući efekat na temperaturu.

Fazne transformacije imaju veliki stabilizujući uticaj na temperaturu čak i kada ona nije blizu tačaka na kojima se odigravaju fazne transformacije. Tako se na primer isparavanje i kondenzovanje odigravaju i na temperaturama koje su ispod tačke ključanja. Iz tog razloga temperatura vazduha u oblastima sa vlažnom klimom (to su oblasti u kojima ima dosta vode) retko kad raste iznad $35,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, zato što veliki deo toplotne energije troše molekuli vode za prelazak iz tečnog u gasovito stanje. Iz istih razloga, temperature u ovakvim oblastima će retko padati ispod takozvane tačke rose, zato što se pri toj temperaturi usled kondenzovanja oslobadjaju velike količine toplote koje ne dozvoljavaju dalje snižavanje temperature.³⁵

Proučimo sada efekat faznih transformacija detaljnije, posmatranjem efekata konstantne predaje toplote $1,00\text{ g}$ vode čija je početna temperatura $-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (slika 7.19). Temperatura leda će usled toga linearno rasti do $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a onda će, obzirom da je reč o temperaturi na kojoj se odigrava fazna transformacija, ostati konstantna sve dok se sav led ne istopi. Kada se to desi, temperatura tečne vode će opet konstantno rasti, ali sporije nego što je to bio slučaj sa ledom.³⁶ Na temperaturi od $100,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ počinje ključanje a temperatura pri tome ostaje nepromenjena dok sva voda ne predje u gasnu fazu. Sa grafika se lako uočava važna činjenica da je vreme potrebno da ista masa tečne vode ispari znatno duže od vremena koje je bilo potrebno da se led jednake mase istopi.³⁷ U postupku daljeg zagrevanja, temperatura vodene pare raste brže od temperature vode.³⁸ bzirom da vodena para ima manju specifičnu toplotu.

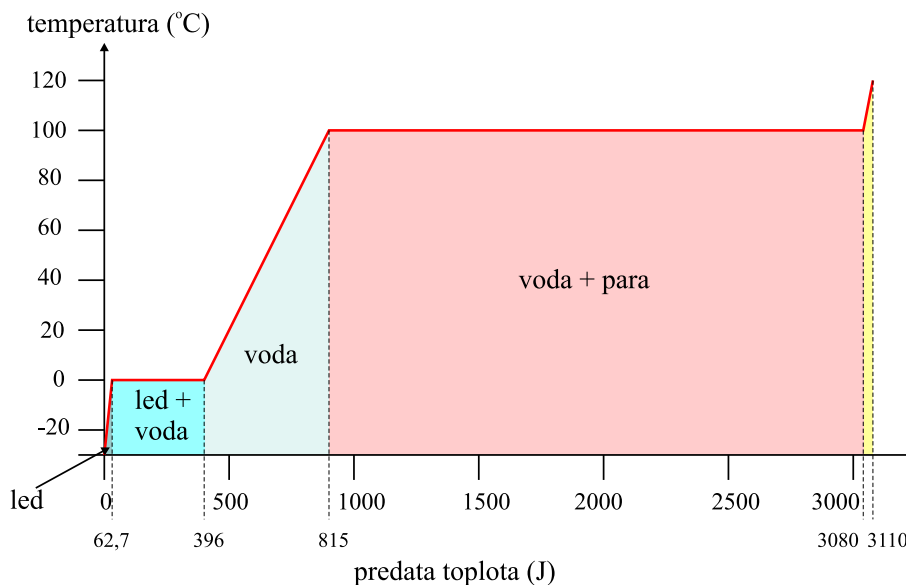
Kao što je već napomenuo ranije, voda isparava i na temperaturama nižim od tačke ključanja. Pri tome je logično da za takvu faznu transformaciju treba više energije, zato što molekuli na nižoj temperaturi imaju manje energije na raspolaganju pri svom termalnom kretanju. Interesantno je da, je za isparavanje vode koja se u procesu znojenja stvorila na koži (na telesnoj temperaturi od 37°C) potrebno $L_i = 2430\text{ J/kg}$ (580 kcal/kg). Taj

³⁵Fazne transformacije, pod određenim uslovima, mogu da imaju i *destabilizujući* efekat na atmosferu, kada služe kao izvor energije za generisanje oluja.

³⁶Uzrok različite brzine rasta temperature leda i tečne vode je u tome što je specifična toplota vode veća.

³⁷Razlog je što je latentna toplota isparavanja vode znatno veća od toplote topljenja.

³⁸O



Slika 7.19: Grafik promene temperature 1 g leda u zavisnosti od energije koja mu je predata. Led je bio u početku na $-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a na kraju je prešao u paru na $120\text{ }^{\circ}\text{C}$.

energijski gubitak smanjuje temperaturu kože i preostale vode na njoj i služi kao efikasan mehanizam za rashladjivanje pri velikim vrućinama. Tako na primer, da bi se naše telo u potpunosti rešilo energije koju smo dobili od 350 kcal jogurta, ono mora da ispari $m = Q/L_i = (350\text{ kcal})(580\text{ kcal/kg}) = 0,603\text{ kg}$ znoja.³⁹

Dakle, da bi došlo do isparavanja vode potrebno je potrošiti toplotu. Prilikom suprotnog procesa (kondenzacije vodene pare) se oslobadja toplota. To možda izgleda kao iznenadjenje pošto su obično hladnija tela asocijacija za mesta na kojima se dešava kondenzacija. Toplota prema tome mora da se odvodi od sistema da bi vodena para uspela da se kondenzuje. Količina ove toplote je tačno jednaka količini koju je potrebno uložiti da bi se desila fazna transformacija obrnutog smera, od tečnog u gasno stanje, i može biti izračunata na osnovu jednačine (7.17). Toplota se takodje oslobadja i prilikom zaledjivanja tečnosti.⁴⁰

Već smo skrenuli pažnju na činjenicu da se snežni pokrivač preko zime u izvesnom procentu otanji bez toga da se istopio i prešao u tečno agregatno stanje, već su molekuli vode direktno iz čvrste fazu prešli u gasovitu. Ovaj proces se, kao što je rečeno, naziva sublimacija. Voda nije jedina supstanca koja može da sublimira. Sa zamrznutim ugljen dioksidom, poznatim pod nazivom suvi led, se dešava ista situacija jer on ne može da egzistira kao tečnost na atmosferskom pritisku. Neke vrste osveživača vazduha u sobama

³⁹Prisustvo velike količine vlage u vazduhu, kao što je poznato, otežava isparavanje pa temperatura tela može da poraste, ostavljajući neisparen znoj na telu.

⁴⁰Frizider mora da se oslobodi te toplote da bi napravio kocke leda. Da je tako možemo se lako uveriti na osnovu toga što je zadnja strana frizidera uvek jako topla. Toplota koja se oslobadja u procesu ove fazne transformacije može da se iskoristi da zaštiti stabla u voćnjaku od smrzavanja pa se ponekad oni prskaju vodom. Ako se stabla popprskaju dovoljnom količinom vode, prilikom njenog smrzavanja se oslobodi velika količina toplote na temperaturi mržnjena $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ vode što sprečava dalje snižavanje temperature na niže, za voćke opasnije, vrednosti.

koriste sublimaciju i iz čvrstih materija daju molekule mirisnih supstanci koji se nakon toga šire po prostoru procesom difuzije.⁴¹ Suprotan proces, direktnog prelaska molekula gasne faze u čvrstu se takodje dešava. Zimi se, pod određenim uslovima, na staklima prozora formiraju veoma lepe ledene šare koje su posledica toga da su molekuli vodene pare direktno prešli u čvrsto agregatno stanje.

Kako su sve fazne transformacije praćene oslobađanjem ili utroškom određene količine energije, tako se i proces sublimacije može opisati relacijom $Q = mL_s$. U ovom izrazu je L_s **latentna toplota sublimacije**, odnosno toplota potrebna da se 1,00 kg supstance u čvrstom agregatnom stanju prevede u gasovitu. Sublimacija zahteva utrošak energije, tako da je suvi led dobar rashladjivač, dok se pri suprotnom procesu energija oslobađa.⁴²

7.10 Prenosjenje toplote

Svakodnevno iskustvo nam kazuje da se toplota prenosi kad god postoji razlika u temperaturama izmedju tela ili izmedju delova jednog istog tela. Toplota može da se prenosi jako brzo, kao na primer kroz dno tiganja na ringli, ili pak veoma sporo, kroz zidove ručnog frižidera. Ljudi su naučili da kontrolišu prenošenje toplote birajući posebne vrste materijala (oblačenje vunenih stvari zimi), upravljanjem strujanja vazduha, izborom boje odeće ili delova zgrada (bela boja krovova u sunčanim oblastima reflektuje veću količinu sunčevog zračenja). Može se reći da je zapravo jako teško pronaći procese u prirodi u kojima nema prenosa toplote. Njihovom analizom se može zaključiti da postoje u osnovi tri metoda prenosa toplote koji su nazvani: kondukcija, konvekcija i radijacija.

Kondukcija ili **provodjenje** je prenos toplote fizičkim kontaktom izmedju supstanci koje su u stanju mirovanja.⁴³ Na primer, toplota koja se prenosi izmedju električnog grejača ringle i dna tiganja se prenosi na ovaj način.

Konvekcija ili **strujanje** je prenošenje toplote koje se odvija makroskopskim pomeranjem masa. Ovaj način prenosa toplote se može uočiti u kućama kada se meša topao vazduh koji je blizu šporeta ili radijatora sa hladnijim vazduhom iz daljih delova sobe.

Prenos toplote **radijacijom** ili **zračenjem** se dešava kada se mikrotalasi, infracrveno zračenje, vidljiva svetlost ili neki drugi deo spektra elektromagnetnog zračenja apsorbira ili emituje. Glavni primer ovakvog prenošenja toplote je zagrevanje Zemlje zračenjem koje se emituje sa Sunca. Interesantno je da na istom principu rade i mikrotalasne rerne.

Koji god da je mehanizam prenosa toplote u pitanju uvek se dešava prelazak energije sa tela na telo usled njihove razlike u temperaturama. Takodje se može reći da najčešće imamo posla sa sva tri mehanizma.

7.10.1 Provodjenje

Ako nakon hodanja bez obuće po tepihu dnevne sobe ili parketu nagazimo na pločice kuhinje osetićemo hladnoću na stopalima. Zašto je to tako kad bi i tepih i pločice, u skladu

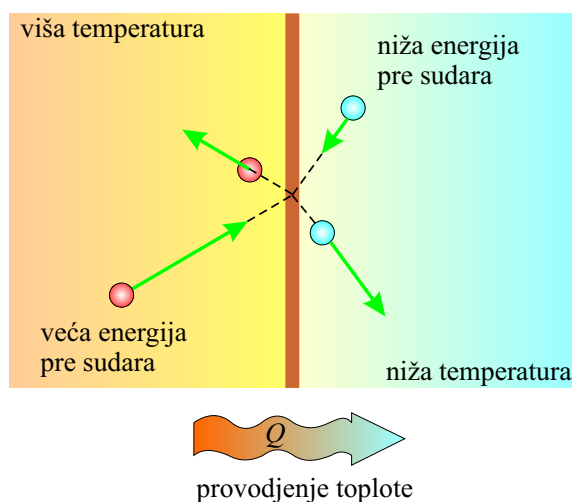
⁴¹Podsetimo se da do ove direktne fazne transformacije iz čvrste faze u gasovitu dolazi zato što pritisak pare čvrste faze nije jednak nuli.

⁴²Red veličine energije sublimacije je isti kao i za energije ranije pominjanih faznih transformacija.

⁴³Materija može da bude u stanju mirovanja jedino na makroskopskoj skali (kao celina) jer, kao što znamo, na atomsko-molekularnoj skali uvek postoji neki tip kretanja na svim temperaturama iznad apsolutne nule.

sa nultim zakonom termodinamike, morali da budu na istoj temperaturi? Razlog je u tome što pločice provode mnogo bolje toplotu od tepiha pa je naša stopala gube u mnogo većem iznosu u tom slučaju. Može se reći da je, osim *količine* toplote koja se prenese, veoma bitna i *brzina* kojom se to dešava.

Kako izgleda proces provodjenja na submikroskopskom nivou? Slika 7.20 će nam pomoći da uočimo glavne faktore koji utiču na njega. Osim vrste materijala, bitna je njegova debljina kao i razlika u temperaturama oblasti koje su u kontaktu.



Slika 7.20: Sudar molekula dva tela različite temperature i različitih srednjih kinetičkih energija. Sudar se dešava na površini dodira i preko njega se prenosi energija iz toplijih oblasti u hladnije.

Na slici je prikazan sudar dva prosečna molekula posmatranih tela različitih temperatura. Molekuli tela više temperature imaju veću srednju kinetičku energiju od molekula tela niže temperature. To znači da su ti molekuli u proseku brži pa je veća verovatnoća da će se prilikom sudara molekula toplijeg i hladnijeg tela onaj koji pripada toplijem biti brži.⁴⁴ Prilikom njihovog sudara dolazi do prelaska energije sa bržeg molekula na sporiji što predstavlja osnovu prenosa energije provodjenjem.

Obzirom da se mehanizam provodjenja toplote svodi na međusobne sudare molekula, što je veća temperaturska razlika posmatranih tela, veća je i razlika srednjih kinetičkih energija njihovih molekula. To znači da je u proseku veća i razlika u brzinama molekula koji se sudaraju pa će se prilikom svakog sudara predavati više energije a time će i prenos toplote biti brži što je veća razlika u temperaturama.

Drugo, što je veća površina dodira dva tela, veći je broj sudara u jedinici vremena pa je time i prenos toplote veći.⁴⁵ Treći faktor je debljina materijala kroz koji se prenosi toplota. Slika 7.21 prikazuje homogne štap čiji se krajevi održavaju na dvema različitim temperaturama. Pretpostavimo da je T_2 veća od T_1 , tako da se toplota prenosi sa leva na desno.

⁴⁴To ne znači da onih drugih sudara (sporiji molekul tela više temperature i brži molekul tela niže temperature) nema već da su manje verovatni tj. da se redje dešavaju.

⁴⁵Ukoliko dodirnemo hladan zid celom šakom naša ruka će se brže hladiti nego da smo to uradili samo vrhom prsta.

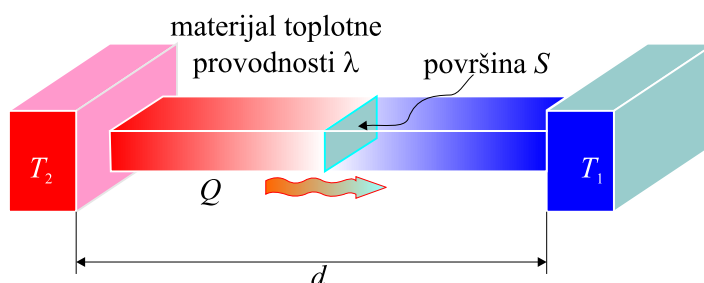
Toplota koja ulazi kroz levu stranu štapa se prenosi na desno putem međumolekularnih sudara. Što je štap deblji to će više vremena trebati toploti da se prenese kroz niz takvih procesa.⁴⁶

Četvrti faktor je zavisnost od strukture materije. Neke supstance provode toplotu bolje od nekih drugih pa tako neke nazivamo dobrim a neke lošim provodnicima toplote. Dobri provodnici toplote su uglavnom metali koji imaju mnogo slobodnih elektrona, dok kod loših provodnika toplote kao što su na primer guma i stiropor to nije slučaj.

Sva četiri faktora mogu da se objedine u jednu prostu jednačinu koja je u potpunosti opravdana eksperimentima. Brzina prenosa toplote kroz telo oblika kao na slici 7.21 je data izrazom

$$\frac{Q}{t} = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{d}, \quad (7.18)$$

u kome je sa Q/t označena brzina prenosa toplote u vatima (ili kcal/s), λ je koeficijent toplotne provodnosti materijala, a S i d su površina poprečnog preseka i debljina tela. Znak minus ukazuje na to da se toplota prenosi u smeru suprotnom od porasta temperature.⁴⁷



Slika 7.21: Brzina prenosa toplote provodjenjem je direktno proporcionalna veličini dodirne površine tela S , razlici u temperaturama $T_2 - T_1$ i koeficijentu toplotne provodnosti λ dok je obrnuto proporcionalna debljini materijala d .

Prema podacima iz tabele 7.6 najlošiji provodnik toplote je stiropor. Drugim rečima on je najbolji toplotni izolator. U dobre toplotne izolatore spadaju i staklena vuna, vuna, kao i gušćije paperje. Slično stiroporu, svi ti materijali sadrže u sebi mnogo šupljina ispunjenih vazduhom koji spada u loše provodnike toplote.

Iz tabele se takodje vidi da su najbolji toplotni provodnici metali: srebro, bakar, zlato i aluminijum, koji su, zahvaljujući velikom broju slobodnih elektrona, istovremeno i dobri provodnici električne struje. Ova činjenica nas upućuje na zaključak da u provodjenju toplote u metalima dominantnu ulogu igraju upravo slobodni elektroni.

7.10.2 Konvekcija

Vetrovi, velike struje u morima i okeanima, plamen vatre su primeri prenosa toplote *prirodnom* ili *slobodnom* konvekcijom. Cirkulacioni sistemi erkondišna u automobilima i kućama prenose toplotu *veštačkom* ili *prinudnom* konvekcijom. Obzirom da se radi o prenošenju

⁴⁶Potvrda ovakve zavisnosti provodjenja toplote je činjenica da zimi oblačimo deblju odeću kao i to da životinje koje žive na Arktiku imaju debele masne naslage.

⁴⁷Odnos $T_2 - T_1/d$ se naziva gradijent temeprature.

supstanca	$\lambda(\text{J}/(\text{smK}))$	supstanca	$\lambda(\text{J}/(\text{smK}))$
srebro	420	voda	0,6
bakar	390	masno tkivo, bez krvi	0,2
zlato	318	azbest	0,16
aluminijum	220	malter	0,16
gvoždje	80	drvo	0,08-0,16
čelik	14	sneg (suv)	0,10
led	2,2	pluta	0,042
staklo	0,84	staklena vuna	0,042
beton	0,84	vuna	0,04
cigla	0,84	paperje	0,025
		vazduh	0,023
		stiropor	0,010

Tabela 7.6: Koeficijenti toplotne provodnosti (na temperaturama bliskim 0 °C)

toplote makroskopskim pomeranjem mase fluida na makroskopska rastojanja, reč je o metodi koji je mnogo efikasniji od kondukcije. Sa druge strane, ovaj proces je takodje i složeniji od kondukcije, na šta naročito utiče činjenica da se pri strujanju fluida često pojavljuju i vrtlozi koji ga znatno usložnjavaju.

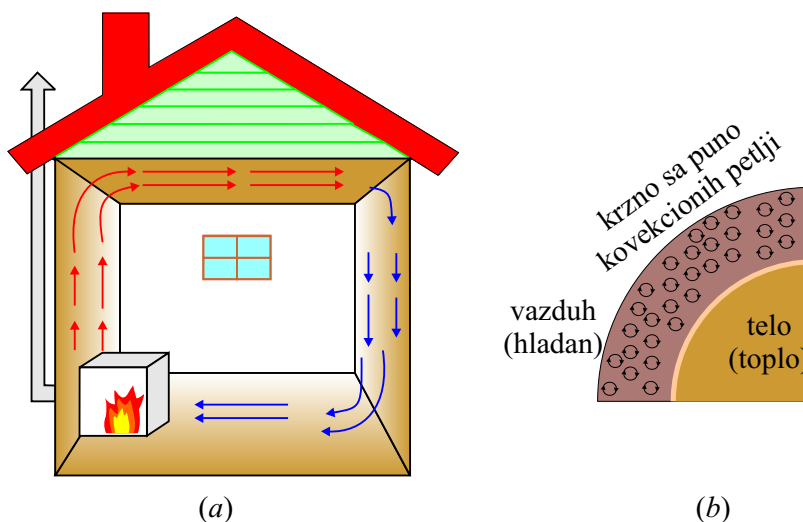
Prirodna konvekcija nastaje kao posledica različite gustine pojedinih delova fluida pri njegovom zagrevanju. Jedan primer prenošenja toplote na ovaj način je prikazan na slici 7.22 (a).⁴⁸ Struje u okeanima i u atmosferi na ovaj isti način prenose ogromne količine toplote sa jednog mesta na drugo.

Veštačka konvekcija se stvara delovanjem mehaničkih sila obično preko, na odgovarajući način konstruisanih, ventilatora. Interesantno je da je naš krvotok takodje primer sistema u kome se, izmedju ostalih, odvijaju i procesi prenosa toplote prinudnom konvekcijom. Ukoliko telo iz nekog razloga ima temperaturu višu od normalne, krvni sudovi koji idu ka koži se dodatno šire kako bi primili veću količinu krvi i preko nje ohladili telo.⁴⁹ Ukoliko se pri ovome desi da je koža na višoj temperaturi od unutrašnjosti tela (kao što je to slučaj kada se nalazimo pod vrućim tušem) konačni efekat je da se telo, umesto da se ohladi, dodatno zagreje. To može da izazove veoma opasno povećanje temperature srca, usled čega će se krvni sudovi dalje širiti, srce će pumpati više krvi u njih a telo će, umesto da se ohladi, primati sve više i više toplote. Svaki udisaj i izdisaj vazduha plućima je takodje primer razmene toplote izmedju tela i okoline prinudnom konvekcijom.

Iako vazduh, prema do sada iznetom, može da veoma brzo prenese toplotu konvekcijom, u prethodnom odeljku smo videli da je on veoma loš provodnik. A da li će do izražaja doći njegova osobina da je dobar izolator za prenošenje toplote provodjenjem ili da je dobar posrednik za prenošenje toplote strujanjem, zavisiće od toga koliko prostora ima na raspolaganju za kretanje. Debljina prosečnog spoljašnjeg zida kuće je oko 10-ak cm, pa ako se u njemu nalaze cigle sa velikim šupljinama, ovaj prostor je dovoljne veličine

⁴⁸Mehanizam zagrevanja vode u šerpi koja se nalazi na uključenoj ringli je identičan. Najniži sloj vode se zagreva kondukcijom a onda se konvekcijom meša sa ostalim slojevima.

⁴⁹Transfer toplote u i iz tela živih bića se uglavnom odvija preko površine njihove kože.



Slika 7.22: (a) Zagrejan vazduh se širi i podiže. Tavanica i zidovi hlade vazduh koji je u dodiru sa njima, on postaje gušći od vazduha u sobi i pada na dole. Ovi procesi formiraju konvekcioni petlju koja prenosi toplotu kroz prostoriju. (b) Krzno je ispunjeno vazduhom izdvojenim u male džepove. Konvekcija je stoga veoma slaba.

da mehanizam konvekcije funkcioniše veoma dobro. Iz tog razloga se zidovi kuća moraju dodatno izolovati da bi se sprečili gubici toplote zimi a ulazak dodatne toplote u kuću leti. Nasuprot ovome, prostor između duplih stakala prozora je oko 1 cm. To je prostor koji je idealan za toplotnu izolaciju.⁵⁰ On je dovoljno mali da spreči konvekciju a dovoljno veliki da dodje do izražaja slaba toplotna provodnost vazduha i da se spreči prenos toplote kondukcijom. Krzna životina su takodje primer situacije u kojoj dolazi do izražaja slaba toplotna provodnost vazduha. U njima se nalaze prostori ispunjeni vazduhom dovoljno mali da nema konvekcije ali dovoljno veliki da u značajnoj meri smanje kondukciju (slika 7.22 (b)).

Interesantno je razmotriti situacije u kojima se proces konvekcije pojavljuje u kombinaciji sa faznom transformacijom. U takvim slučajevima se odvija, naizgled neprirodan, proces prenošenja toplote sa toplijeg tela na hladnije.

Naime, da bi znoj izpario sa naše kože potrebna je energija odnosno toplota koja se uzima upravo sa kože usled čega joj se zapravo i smanjuje temperatura. Ukoliko u okolnom vazduhu ne bi bilo konvekcije on bi se brzo zasitio vodenom parom i isparavanje znoja bi prestalo. Ukoliko međutim postoji, u dovoljnoj meri izražena, konvekcija vazduh koji se nalazi u blizini kože (zasićen vodenom parom) se odnosi dalje i zamenjuje manje vlažnim vazduhom. Taj proces omogućuje dalje isparavanje znoja i odvođenje toplote sa tela čak i ukoliko je temperatura okolnog vazduha veća od telesne temperature.⁵¹

Drugi značajan primer kombinovanja konvekcije i fazne transformacije se javlja kao

⁵⁰Ovakvi prozori se osim toga i vakuumiraju, tj. izvlači vazduh iz njih kako bi se koeficijent toplotne provodnosti sveo na najmanju moguću meru.

⁵¹U hladne dane vetar mnogo više hladi kožu od mirnog vazduha iste temperature zbog toga što konvekcija potpomaže kondukciju u odvođenju toplote sa tela. Pokazuje se da, na primer, vetar brzine 15,0 m/s, pri temperaturi vazduha od 0 °C ima isti efekat kao miran vazduh temperature -18 °C.

posledica isparavanja vode iz okeana usled čega se oni hlade. Formiraju se veliki kumulisni oblaci koji se podižu na visinu od 20-ak km, odnosno u stratosferu. Vodena para koja se usled konvekcije podigla se pri tome kondenzuje oslobađajući veliku količinu toplote. Ta toplota izaziva širenje vazduha i njegovo podizanje na još veće visine gde je temperatura još niža. Na nižoj temperaturi se kondenzacija dodatno pojačava a time oslobađaju nove količine toplote pa se oblaci podižu još više.⁵² Niz ovakvih procesa dovodi do nastajanja razornih orkanskih oluja, praćenih velikim atmosferskim pražnjenjima elektriciteta i gradom.⁵³

7.10.3 Zračenje

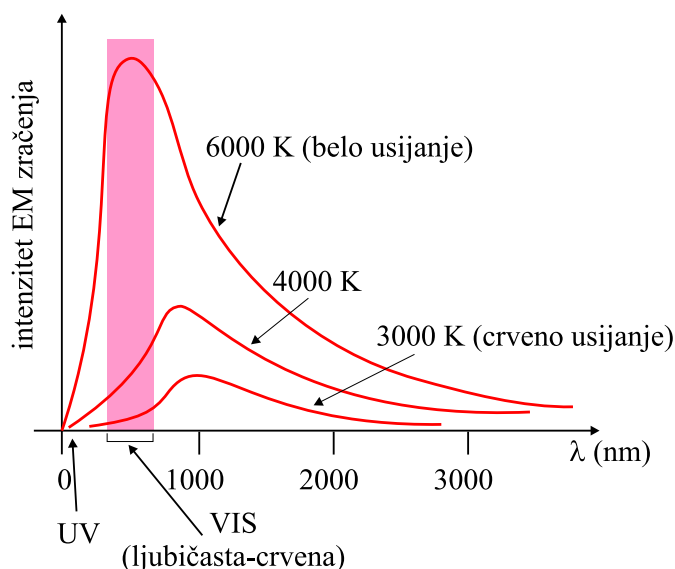
Kao što znamo, ne moramo da budemo jako blizu vatre da bi veoma brzo imali osećaj toplote. Da li je rerina vruća ili ne, možemo da osetimo bez da joj dotaknemo vrata ili je otvorimo, dovoljno je da prodjemo kraj nje. U oba slučaja je toplota do našeg tela doprla u najvećoj meri kroz proces prenošenja zračenjem odnosno radijacijom. Ovaj proces se u velikoj meri razlikuje od, do sada razmatranih, procesa konvekcije i kondukcije. Radijacija je, prenos energije elektromagnetnim talasima, kao što su to radio talasi, mikrotalasi, infracrveno zračenje, vidljiva svetlost i ultraljubičasto zračenje. I dok za kondukciju i konvekciju mora da postoji materijalna sredina u kojoj se i jedan i drugi proces odvijaju, zračenje može da prolazi i kroz materiju i kroz vakuum, a razlika je u tome što se prilikom prolaska zračenja kroz vakuum ne odvijaju procesi njegove apsorpcije. Može da se kaže da proces radijacije obuhvata tri faze, pretvaranje dela unutrašnje energije jednog tela u energiju elektromagnetnih talasa, prostiranje elektromagnetnih talasa (kroz materijalnu sredinu ili vakuum) i apsorpciju zračenja od strane drugog tela.

Usled termalnog kretanja atoma i molekula svako telo na temperaturi iznad apsolutne nule zrači elektromagnetne talase. Kako intenzitet termalnog kretanje raste sa temperaturom, u skladu sa time, raste i količina zračenja koju ono emituje. Drugim rečima, tela više temperature zrače intenzivnije od hladnijih. Ovo međutim nije jedini efekat promene temperature tela jer je ustanovljeno da njena promena u znatnoj meri utiče i na promenu vrste zračenja. Na primer, zračenje koje osećamo od rerne je u najvećoj meri infracrveno, dok zagrejana nit u sijalici, osim u infracrvenoj oblasti, zrači dosta i u opsegu od crvene do narandžaste boje. Na višim temperaturama, na kojima se nalazi recimo čelik u visokim pećima u topionicama, boja mu postaje žuto-bela. Plavičasta boja sa malo ultraljubičastog zračenja se emituje na vrlo visokim temperaturama kakve vladaju na površinama zvezda. Na slici 7.23 je prikazana zavisnost spektra elektromagnetnog zračenja od temperature.

Osim što zrače, tela mogu i da apsorbuju zračenje a pri tome neka apsorbuju zračenje brže a neka sporije. Glavni faktor koji utiče na ovaj proces je boja tela. Crna tela su najefikasnija u apsorbovanju i to je razlog što se leti oblači odeća svetlijih boja, po mogućstvu bela. Tako će parking koji je prekriven asfaltom crne boje, u toku letnjih vrućina, biti mnogo topliji od betonske pešačke staze sive boje koja se nalazi tik pored njega, jer tela crne boja apsorbuju bolje od tela sive boje. Obrnuto je takodje tačno, tela crne boje zrače

⁵²Procesi takve vrste, koji se ubrzavanju i povećavaju se nazivaju procesi sa pozitivnom povratnom spregom.

⁵³U orkanima se toplota, nizom pomenutih procesa pretvara u rad, slično kao što se to dešava u toplotnim mašinama.



Slika 7.23: Spektar elektromagnetnih talasa za razne temperature. VIS-vidljivi deo spektra (od ljubičaste do crvene), UV-ultraljubičasti (ultravioletni).

bolje od sivih. Iz tog razloga će asfalt za vedrih letnjih noći biti hladniji od sive staze, jer će kao telo crne boje zračiti mnogo brže. Stoga je *idealni emiter* zračenja iste **crne** boje kao i *idealni apsorber* i naziva se **apsolutno crno telo**. Apsolutno crno telo apsorbira celokupno zračenje koje dodje do njega. Nasuprot njemu, bela tela su loši apsorber a time i emiteri, a **apsolutno belo telo** bi bilo telo koje, poput idealnog ogledala, u potpunosti reflektuje svo zračenje koje stiže do njega.

Senčenjem bele boje od sive do crne dobijaju se tela kojima se na pravilan način menja sposobnost da apsorbiraju sve delove spektra EM zračenja. Obojena tela imaju slične ali složenije osobine, da apsorbiraju razne delove spektra zračenja. To im daje mogućnost da ih vidimo obojene u vidljivom delu spektra i da imaju neke dodatne osobine u posebnim oblastima spektra. Na primer, sposobnost velike apsorpcije infracrvenog zračenja od strane naše kože je čini naročito osetljivom na ovu vrstu zračenja.

Bez ulaženja u pravu suštinu procesa napomenimo da se prilikom nailaska zračenja na razdeobnu površinu dve sredine (na primer iz vazduha na staklo) mogu desiti tri procesa: apsorpcija, refleksija (odbijanje) i transmisija (propuštanje energije kroz sredinu). To znači da se ukupna energija E_u , koja pada na posmatranu površinu deli na tri dela, energiju koja je apsorbirana E_a , reflektovana E_r i transmitovana E_t , pa važi

$$E_u = E_a + E_r + E_t.$$

Ako se ovaj izraz podeli sa E_u dobija se

$$1 = \frac{E_a}{E_u} + \frac{E_r}{E_u} + \frac{E_t}{E_u},$$

što, ako se uvede koeficijent apsorpcije $A = E_a/E_u$, koeficijent refleksije $R = E_r/E_u$ i

koeficijent transmisije $T = E_t/E_u$, može da se zapiše kao

$$1 = A + R + T.$$

Tela za koja je $A = 1$ i $R = T = 0$ se nazivaju apsolutno crnim, a tela sa $A = T = 0$ i $R = 1$ su apsolutno bela tela.

Šta utiče na brzinu prenosa toplote zračenjem emitovanim sa nekog tela? Eksperimenti pokazuju da je ona direktno proporcionalna *četvrtom* stepenu apsolutne temperature. Na nju utiče i boja tela, pa tako je brzina jako velika za crna tela a mala za bela. Treći faktor je veličina površine tela-tela veće površine više zrače.⁵⁴ Svi ovi uticaji se mogu zapisati u obliku **Štefan-Bolcmanovog zakona zračenja** koji za brzinu kojom telo temperature T zrači energiju daje

$$\frac{Q}{t} = \sigma e S T^4. \quad (7.19)$$

U ovom izrazu je $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/s(m}^2\text{K}^4)$ Štefan-Bolcmanova konstanta čija vrednost je određena eksperimentalno, S je površina tela koje zrači, a simbol e označava emisivnost tela. Ova veličina zapravo pokazuje koliko telo dobro zrači pa je za apsolutno crno telo $e = 1$ dok je za apsolutno belo telo $e = 0$. Realna tela imaju e između ove dve vrednosti, na primer, sijalica sa užarenom niti ima emisivnost oko 0,5.

Koža je, kao što je naglašeno, izuzetno dobar i apsorber i emiter infracrvenog zračenja, u toj oblasti ima emisivnost oko 0,97. To znači da su naša tela praktično apsolutno crna za infracrveno zračenje.⁵⁵

Obzirom da prema formuli (7.19) Q/t zavisi od T^4 čak i male varijacije u temperaturi tela koje zrači je moguće registrovati.⁵⁶ Na taj način se, recimo u medicini, prave slike koje se nazivaju *termogrami* na osnovu kojih se mogu detektovati oblasti povišene temperature kao indikacije mogućih bolesti.⁵⁷

Kao što smo već rekli, sva tela i apsorbuju i emituju zračenje. Rezultujući prenos toplote zračenjem (apsorbovana minus emitovana) je proporcionalan temperaturi tela koje zrači i okoline u kojoj se ono nalazi. Ukoliko se telo temperature T_t nalazi u sredini temperature T_s , ukupna toplota koja se zračenjem prenese u jedinici vremena je

$$\frac{Q}{t} = \sigma e S (T_s^4 - T_t^4), \quad (7.20)$$

gde je e emisivnost tela (veličina koja pokazuje koliko dobro telo zrači). Kada je $Q/t > 0$ kao rezultat prenosa toplote zračenjem se dešava apsorpcija toplote iz okoline a ukoliko je $Q/t < 0$ telo će se hladiti, odnosno predavati toplotu sredini.

P r i m e r X. Čovek bez odeće se nalazi u sobi temperature $22,0^\circ\text{C}$. Ukoliko je temperatura njegove kože $33,0^\circ\text{C}$ a njena površina $1,50 \text{ m}^2$, odrediti količinu izračene

⁵⁴Ukoliko parče uglja koje se nalzi u vatri razbijemo na komadiće doći će do značajnog povećanja u zračenju upravo kao rezultat povećanja površine tela.

⁵⁵Ovaj efekat nije povezan sa rasnim i drugim varijacijama boje ljudske kožene u vidljivom delu spektra.

⁵⁶Razlog je što je reč o tome da čak i male promene temperature izazivaju velike promene u brzini emitovanja.

⁵⁷Slične tehnike se koriste i za detektovanje mesta na kojima imamo toplotne gubitke u kućama ili u vojne svrhe za otkrivanje neprijateljskih podmornica na osnovu emitovanja toplote nastale sagorevanjem pogonskih goriva, itd.

toplote u jedinici vremena. Za emisivnost kože uzeti da, u infracrvenoj oblasti u kojoj se uglavnom odvija zračenje, iznosi 0,97.

R e š e n j e. Temperature treba prevesti u apsolutne i zameniti u izraz (7.19) pa se dobija

$$\begin{aligned}\frac{Q}{t} &= (5,67 \times 10^{-8} \text{ J/s(m}^2\text{K}^4))(0,97)(1,50 \text{ m}^2) \times [(295 \text{ K})^4 - (360 \text{ K})^4] \\ &= -99,0 \text{ J/s} = -99 \text{ W}.\end{aligned}$$

Imajući u vidu da ljudsko telo u stanju mirovanja proizvodi samo oko 125 J toplotne energije u sekundi (odnosno ima snagu od 125 W), reč je o ozbiljnom gubitku energije a naročito ako se ima u vidu da je praćen i gubicima koji se odvijaju putem kodukcije i konvekcije. Gubici toplote kodukcijom i konvekcijom se značajnom iznosu smanjuj oblačenjem odeće. Gubici radijacijom će takodje biti smanjeni ukoliko je odeća takva da ima manju emisivnost od emisivnosti kože.

Efekat staklene bašte

Zračenje je osnovni način putem koga Zemlja dobija toplotu od Sunca. Sunce, budući da je puno toplije od Zemlje, zrači mnogo više od nje ali od tog zračenja, budući da Sunce zrači na sve strane, samo deo usmeren ka Zemlji dolazi do Zemlje. Merenja pokazuju da Zemlja ima uglavnom konstantnu temperaturu od oko 15 °C što upućuje na činjenicu da celokupno zračenje koje stigne do nje mora i da se izrači, jer bi se u suprotnom njena temperatura menjala.⁵⁸ Izračunavanja i merenja pokazuju da sa Sunca na Zemlju stiže oko $S_c = 235 \text{ J/(sm}^2\text{)}$ energije. Ova vrednost se naziva solarna konstanta. Pri tome, obzirom na veliku udaljenost Sunca i Zemlje, se može uzeti da ovo zračenje praktično pada pod pravim uglom na stranu Zemlje okrenutu Suncu koja tada izgleda kao krug poluprečnika R (R je poluprečnik Zemlje). Površina tog kruga je prema tome πR^2 . Deo tog zračenja se reflektuje nazad u kosmos od strane oblaka i površine Zemlje a to se opisuje veličinom koja se zove albedo i označava sa A . Albedo Zemlje iznosi oko 0,3. Ukoliko se taj deo reflektuje to znači da Zemlja od upadnog zračenja dobija $1 - A$. Sumarno, količina zračenja koju u jedinici vremena primi Zemlja sa Sunca iznosi

$$\frac{Q_{apsorbovano}}{t} = \pi R^2 S_c (1 - A).$$

Zemlju ovo zračenje zagreva do neke temperature pa ona usled toga takodje zrači. Stalni dotog toplote i njeno emitovanje održava temperaturu Zemlje na nekoj ravnotežnoj vrednosti T_e . Ukoliko pretpostavimo da se i Zemlja ponaša kao crno telo oblika lopte, zračiće na sve strane podjednako a prema formuli (7.19) će to biti opisano izrazom

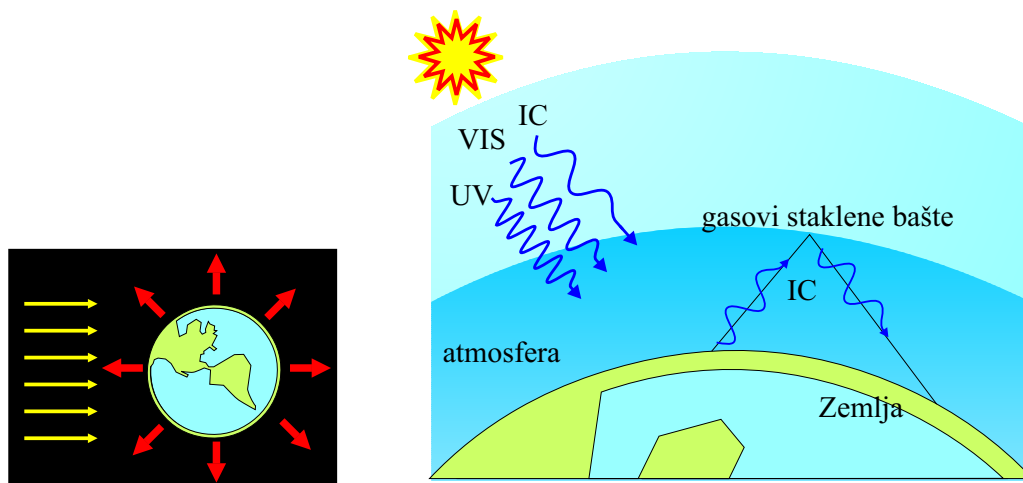
$$\frac{Q_{emitovano}}{t} = 4\pi R^2 \sigma T_e^4.$$

⁵⁸Temperatura Zemlje se naravno menja u toku dana, pa i godine, ali se ovde misli na prosečnu temperaturu cele površine Zemlje.

Kao što smo rekli, između ove dve toplote postoji balans tako da možemo da izjednačimo i desne strane izraza, nakon čega se za temperaturu Zemlje dobija

$$T_e = \left(\frac{S_c(1 - A)}{4\sigma} \right)^{1/4} = 255 \text{ K.}$$

U Celzijusovoj skali ova temperatura iznosi -18°C što se od izmerene prosečne temperature (15°C) razlikuje za čak 33 stepena! Otkud ova razlika? Ipostavilo se da je ona posledica dodatnih efekata koji nisu uzeti u obzir i koji se moraju odvojeno analizirati. Reč je o takozvanom **efektu staklene bašte** zahvaljujući kome naša planeta ima za živi svet ugodnu prosečnu temperaturu. Ovaj efekat je dobio ime obzirom da se odnosi na dodatno zadržavanje toplote u Zemljinoj atmosferi procesima koji su slični onima u staklenim baštama. Atmosfera je naime, slično staklima staklene bašte, transparentna za dolazeće zračenje koje je, obzirom na temperaturu Sunca, u najvećoj meri u vidljivom i delom u infracrvenom delu spektra. Površina Zemlje dobrim delom (oko 51%) apsorbuje ovo zračenje i reemituje kao infracrveno. Atmosfera, slično staklu zadržava te zrake tako što ih neki gasovi, koji se zbog toga nazivaju gasovima staklene bašte,⁵⁹ apsorbuju a onda reemituju na sve strana, a time i prema Zemlji. Zračenje koje na taj način dodje do nje biva opet apsorbovano i emitovano a nakon višestrukog ponavljanja ovog procesa deo toplote usled opisane apsorpcije ostane na Zemlji čime je njena temperatura veća od one koju smo izračunali.



Slika 7.24: (a) Temperaturski balanas zračenja Zemlje i zračenja koje na nju dolazi sa Sunca. (b) Efekat staklene bašte.

Ovo je princip funkcionisanja *prirodnog* efekta staklene bašte. Njime upravljaju gasovi kojih u procentima ima veoma malo u Zemljinoj atmosferi. Naše aktivnosti na Zemlji, a naročito od početka industrijske revolucije, su takve da koncentracija ovih gasova, a pogotovu ugljen dioksida usled povećanog sagorevanja fosilnih goriva, dramatično raste pa

⁵⁹ Reč je o asimetričnim višeatomnim molekulima kao što je na primer ugljen diosid, vodena para, amonijak, ozon i nekim veštčkim jedinjenjima.

se veruje da ovo može da ima veliki uticaj na *veštački* efekat staklene bašte što može da dovede do globalnog zagrevanja planete, sa nesagledivim i dramatičnim posledicama.

Obzirom da je temperatura vasiona oko 3 K, Zemlja zrači toplotu bukvalno u crno "nebo". Inače emisivnost Zemlje nije jednaka 1 već se kreće oko 0,65 ali ona zavisi od raznih faktora od kojih su neki, kao što je na primer prekrivenost neba jako reflektivnim oblacima, promenljivi. Između oblaka i toplote postoji negativna povratna sprega,⁶⁰ zbog veće zagrejanosti isparava više vode pa se formira više oblaka, koji reflektujući zračenje u vasionu, smanjuju temperaturu vode. U stvari može da se kaže da oblaci imaju mnogo manju emisivnost od okeana i čvrstog tla. Toplotni gubici tla su veoma veliki tako da mogu veoma mnogo da se ohladi ako je nebo vedro čak i u oblastima koje su poznate po visokim dnevnim temperatura, kao što je to slučaj u pustinjama.

I na kraju napomenimo da je potrebo uočiti da se jedan, relativno mali, deo toplote apsorbovane na dnevnoj strani Zemlje u prirodnim procesima, u pravom smislu reči, "skladišti" na duži ili kraći period vremena. Taj deo energije nalazimo u prirodnim izvorima energije, kao što su fosilna goriva, biljne mase (ne samo drveće), energija uskladištena u vodenim masama, u vetru, ...

7.11 Elementi termodinamike

Pošto je toplota oblik energije, treba očekivati da može da se iskoristi za vršenje rada ili pak da se transformiše u neki drugi oblik energije. Jedan od sistema sa kojim se srećemo svakog dana a u kome se to dešava jeste motor automobila u kome se toplota dobija sagorevanjem neke vrste goriva. Tako dobijena toplota se koristi za vršenje rada delovanjem sila koje pomeraju delove motora. Nakon toga se taj rad transformiše u razne oblike energije: u kinetičku ili gravitacionu potencijalnu energiju automobila, u električnu energiju koja se koristi za rad električnih komponenti i za dopunjavanje akumulatora, itd. Međutim, kao što je dobro poznato, veliki deo toplote dobijene sagorevanjem u motoru se ne iskoristi za vršenje rada već se gubi praktično zagrevajući okolinu. Drugim rečima motori automobila, pri konverziji oslobodjene toplote u rad, nisu u potpunosti efikasni. Današnji motori su međutim mnogo efikasniji od prvobitnih a iznenađujuća je činjenica da se oni ne mogu učiniti značajno efikasnijim nego što već jesu. Slična je situacija i u vezi sa proizvodnjom električne energije na račun toplote oslobodjene u elektranama, nezavisno od toga da li se u njima sagoreva ugalj, gas ili nuklearno gorivo. Zašto je to tako? Da li je ta neefikasnost posledica nedovoljno dobrih inženjerskih rešenja u konstrukciji i da li će možda biti prevaziđena otkrićem novih materijala za konstrukciju toplotnih mašina u kojima se odvija konverzija toplote u rad?

U ovom poglavju ćemo videti da u prirodi postoji niz osnovnih zakona koji opisuju dobijanje rada iz toplote i nameću određena ograničenja na efikasnost tog procesa. Oblast fizike koja se bavi tim pitanjima, odnosno toplotom i njenim transferom sa tela na telo i konverzijom u rad, se naziva *termodinamika*.

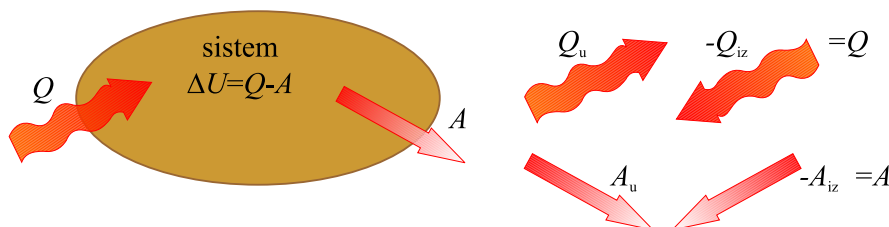
⁶⁰Promena u jednom faktoru izaziva u drugom faktoru efekat koji je takav da se suprotstavlja promeni koja ga je izazvala.

7.11.1 Prvi zakon termodinamike

Kako nas interesuje dobijanje rada iz toplote, prirodno ograničenje efikasnosti tog procesa bi moralo da bude posledica zakona održanja energije. Prvi zakon termodinamike upravo predstavlja zakon održanja energije primenjen na sisteme u kojima su toplota i rad mogući načini za prenos energije u i iz sistema.⁶¹ Prema **prvom zakonu termodinamike** promena u unutrašnjoj energiji sistema jednaka je rezultujućoj transferisanoj količine toplote, u sistem i iz sistema, i ukupnog (rezultujućeg) izvršenog rada, odnosno

$$\Delta U = Q - A. \quad (7.21)$$

Sa ΔU je označena **promena unutrašnje energije** U sistema, a Q predstavlja zbir svih toplota koje su ušle u sistem ili izašle iz njega, dok je A **rezultujući rad sistema** odnosno suma radova izvršenih nad sistemom i od strane sistema. Pri obračunavanju rezultujućih veličina potrebno je poštovati niz pravila koja važe za predznake pomenutih fizičkih veličina. Toplota koja se unosi u sistem je pozitivna a ona koju odaje sistem negativna, pa tako ukoliko je Q pozitivno, to znači da je u ukupnom iznosu veća toplota koju je primio sistem. Slično ako je A pozitivno, veći je rad koji je sistem izvršio (on se smatra pozitivnim) od onoga koji je nad njim izvršen (ovaj rad je negativan). Pri tome, ako je Q pozitivna veličina, u sistem je ubačena energija u tom iznosu a ako je A pozitivno sistem je u ovom iznosu (A) izgubio energiju. Ukoliko je u sistem uneto više energije u vidu toplote Q nego što je izgubljeno vršenjem rada A , taj višak se u sistemu čuva kao unutrašnja energija. Toplotne mašine su dobar primer ovakvih procesa, jer se u njih ubacuje toplotna energija da bi vršile rad (slika 7.25).



Slika 7.25: Grafički prikaz prvog principa termodinamike.

Toplota i rad

Toplota i rad (Q i A) su dva najvažnija načina na koje može da se energija unese u sistem ili pak uzme iz njega. Oni se međjutim prilično razlikuju. Toplota je povezana sa manje organizovanim procesima izazvanim razlikama u temperaturi. Rad je, pak u potpunosti organizovan proces koji uključuje makroskopske sile koje deluju i pomeraju tela na neka rastojanja. Bez obzira na tu razliku, i toplota i rad mogu da imaju identične rezultate. Naime na oba načina može da se izazove porast temperature sistema. Tako na primer,

⁶¹ Jednom prilikom ranije je napomenuto da su to jedina dva načina prenosa energija. U okviru mehanike je razmatran samo prvi tako da analiza koja će ovde biti izvršena predstavlja svojevrsno uopštenje rezultata mehanike.

Sunce koje zagreva vazduh u gumi bicikle može da izazove porast njene temperature, kao što se to dešava i kada vršimo rad upumpavajući vazduh u nju. A kada temperatura poraste ne postoji način da se utvrdi da li je to posledica toplote ili rada. Može se reći da su i toplota i rad oblici energija u tranzitu-ni jedna ni druga se u tom obliku ne mogu da čuvaju u sistemu. Oba međutim mogu da promene unutrašnju energiju U sistema a unutrašnja energija sistema je pak oblik energije koji se u potpunosti razlikuje i od toplote i od rada.

Unutrašnja energija

O unutrašnjoj energiji sistema se može razmišljati na dva različita, ali konzistentna načina. Prvi je vezan za kretanje atoma i molekula sistema. **Unutrašnja energija** sistema U je suma kinetičkih i potencijalnih energija njegovih atoma i molekula posmatrano iz sistema reference samog sistema. Poslednji deo definicije ukazuje na to da bilo kakva energija asocirana kretanju sistema kao celine, u odnosu na neki drugi sistem, ne ulazi u unutrašnju energiju. Sa druge strane u unutrašnju energiju ulaze kinetička energija translacije, rotacije i vibracije (oscilovanja) molekula, potencijalna energija polja u kojima se oni nalaze kao i potencijalna energija njihove interakcije. Zbir kinetičkih i potencijalnih energija, kao što znamo od ranije, je ukupna mehanička energija. Na taj način, unutrašnja energija kao zbir mehaničkih energija submikroskopskih čestica koje čine sistem odmah nudi logično objašnjenje ranije tvrdje da unutrašnja energija sistema može da se uveća. Kako je nemoguće da se za svaku česticu sistema obračuna mehanička energija, pri izračunavanju unutrašnje energije se koriste raspodele čestica po brzinama i odgovarajuće srednje vrednosti.

Makroskopski gledano, promenu unutrašnje energije ΔU možemo da predstavimo jednačinom (7.21), odnosno prvim zakonom termodinamike. Osim što je ova relacija verifikovana mnogim eksperimentima, u njima je takodje utvrđeno da unutrašnja energija sistema U zavisi samo od stanja sistema a ne i od načina na koji je on došao u njega. Tačnije, unutrašnja energija je funkcija nekoliko makroskopskih veličina kojima je definisano stanje sistema (pritisak, zapremina, temperatura), i ne zavisi od toga na koji način su se oni menjali prilikom prelaska sistema iz početnog u neko finalno stanje. To znači da, ako znamo stanje sistema, mi možemo da izračunamo njegovu unutrašnju energiju polazeći od poznatih veličina kojima je ono određeno.

Neka sistem, na primer, prelazi iz stanja 1 u stanje 2 i neka u prvom stanju ima unutrašnju energiju U_1 a u drugom U_2 . Prema ranije rečenom, promena unutrašnje energije $\Delta U = U_2 - U_1$ je nezavisna od toga šta je dovelo do promene stanja, drugim rečima ΔU ne zavisi od "puta" kojim je sistem išao od jednog do drugog. Ovde se pod pojmom "put" misli na način kako se od jednog stanja došlo do drugog. To je veoma interesantna činjenica a pogotovu ako se ima u vidu da je $\Delta U = Q - A$ a da i Q i A zavise od puta.⁶² Na taj način je, u određenom smislu, unutrašnja energija veličina koju je lakše razumeti i kojom je lakše operisati u rešavanju termodinamičkih problema u odnosu na toplotu i rad.

Metabolizam ljudskog organizma i prvi zakon termodinamike

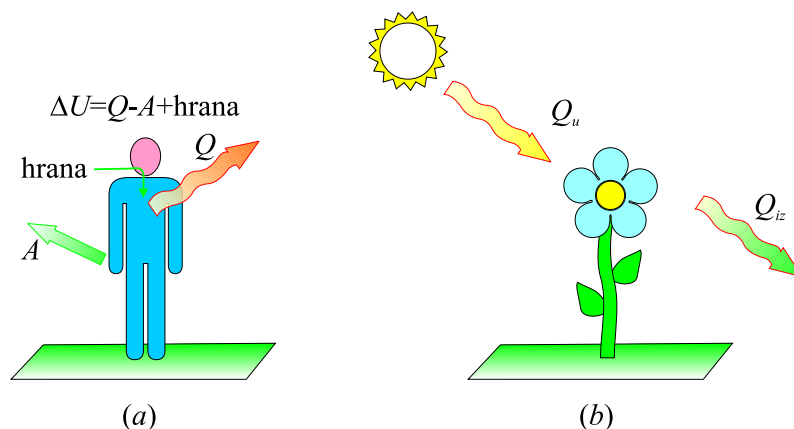
Metabolizam ljudskog organizma (konverzija hrane u toplotu, rad i masti) je interesantan primer primene prvog zakona termodinamike. Ovim pitanjima smo se već bavili u poglavlju

⁶²Podsetimo se da je za rad to već ranije pokazano kada je reč o nekonzervativnim silama.

4. a sada ćemo istim procesima pristupiti sa malo drugačijeg stanovišta.

Koje su glavne karakteristike toplote, rada i energije u telu? Za početak se može reći da se telesna temperatura održava konstantnom tako što se ono oslobadja viška toplote predajući je okolini, što znači da je, sa stanovišta tela kao sistema, Q negativna veličina. Sa druge strane, telo uglavnom vrši rad na telima iz okoline, što znači da je A pozitivna veličina. Ukupno gledano, pri takvim procesima telu će se smanjivati unutrašnja energiju jer je $\Delta U = Q - A$ negativna veličina.

Da vidimo sada kakav je efekat unosa hrane u sistem. Njenim razlaganjem kroz metaboličke procese, telu se povećava unutrašnja energija. U osnovi, metabolizam je oksidacioni proces u kome se oslobadja hemijska potencijalna energija. Unutrašnja energija dobijena na taj način se transformiše u toplotu, rad i masti (manji deo ide na regeneraciju ćelija i njihov rast). To znači da, ukoliko jedemo tačno određenu (potrebnu) količinu hrane unutrašnja energija tela se neće promeniti. Ukoliko pak uvek pojedemo više hrane nego što je potrebno našem telu, promena unutrašnje energije ΔU će uvek biti pozitivan a naše telo će taj višak sačuvati u vidu masti. Ukoliko jedemo premalo hrane važi obrnuto. Naime, ukoliko je ΔU negativna veličina u dužem periodu, telo će pre ili kasnije metabolizirati sopstvene masnoće za dobijanje toplote i vršenje rada.



Slika 7.26: (a) Prvi zakon termodinamike primenjen na metabolizam. (b) Biljke konvertuju deo energije koje dolazi zračenjem sa Sunca u procesu fotosinteze.

Interesantno je da ljudsko telo čuva svoje rezerve energije (masti) tako što će tek nakon nekoliko dana smanjenog uzimanja hrane početi da ih metabolizira. Takođe, ukoliko ste jednom bili na rigoroznoj dijeti, sledeća identična njoj će već biti manje uspešna jer se telo sa vremenom privikava na manji unos energije u njega. Iznos našeg bazalnog metabolizma je zapravo prosečan iznos konverzije hrane u toplotu i rad. Telo je sposobno da podešava brzinu bazalnog metabolizma tako da može delimično da kompenzuje bilo smanjen bilo uvećan unos hrane. Na smanjen unos hrane se pri tome najpre reaguje smanjenjem brzine metabolizma a tek onda trošenjem rezerve energije nagomilane u mastima. Kao rezultat sporijeg bazalnog metabolizma ima se osećaj hladnoće i malaksalosti a masa se ne gubi jednako brzo kao pri prvoj dijeti. Veoma je važno naglasiti da telesne aktivnosti pomažu gubitku mase jer teraju telo da generiše toplotu i vrši rad što podiže brzinu metabolizma čak i ukoliko nakon fizičkih aktivnosti mirujemo. Gubitku mase pogoduje takodje činjenica

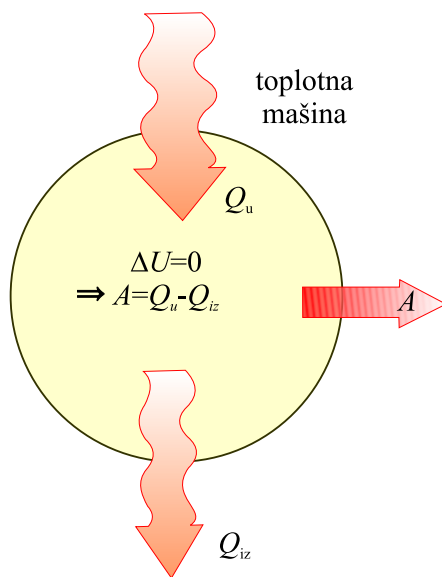
da je efikasnost našeg tela u konvertovanju unutrašnje energije u rad niska, tako da je gubitak unutrašnje energije pri vršenju rada mnogo veći nego što je sam izvršen rad.

Naše telo nam omogućuje da na veoma jasan način uočimo da su termodinamički procesi *ireverzibilni (nepovratni)*. To su procesi koji se odvijaju u jednom smeru i nemogu da se ponove unazad. Na primer, iako masti nagomilane u telu mogu da se iskoriste za dobijanje rada i toplote, rad izvršen nad telom i toplota uneta u njega ne mogu da se pretvore u masti. Ako bi to moglo, tada bi mogli da preskočimo ručak i zamenimo ga sunčanjem ili šetnjom niz stepenice. Drugi primer ireverzibilnog procesa u termodinamici je fotosinteza. U tom procesu se jedna forma energije - svetlost - uz pomoć biljaka konvertuje u hemijsku potencijalnu energiju. Na slici 7.26 je prikazana primena prvog zakona termodinamike na ova dva procesa.

U ovim primerima takodje može da se uoči prednost primene prvog zakona termodinamike na kompleksne procese u odnosu na neke druge pristupe, jer je pri njihovoj primeni bitno poznavati samo početno i krajnje stanje bez upuštanja u složene procese koji se odvijaju između njih.

7.11.2 Prvi zakon termodinamike i neki jednostavni procesi

Uredjaji u kojima se na račun toplote dobija rad se nazivaju **toplotne mašine**. Motori automobila i parne turbine su primeri takvih mašina. Na slici 7.27 je prikazana principijelna šema jednostavne toplotne mašine.



Slika 7.27: Šematski prikaz toplotne mašine.

PV dijagram i njegova veza sa radom

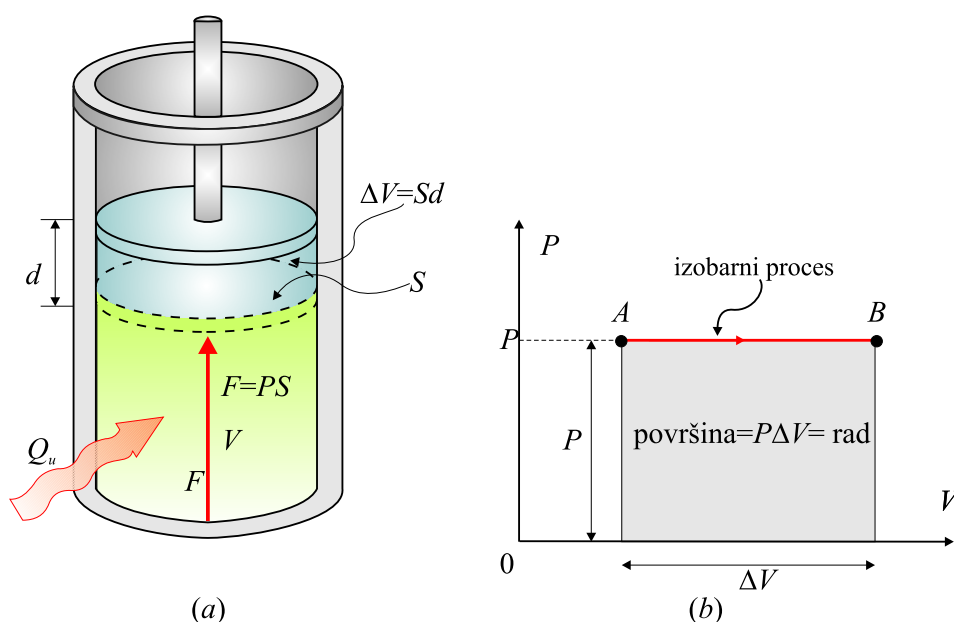
Neka se toplotna mašina sastoji od cilindra i pokretnog klipa ispod koga se nalazi gas na nekom pritisku i temperaturi (slika 7.28 (a)). Kada mu se preda toplota, on se dodatno

zagreje i proširi gurajući klip i na taj način vršeći mehanički rad. Proces koji se pri tome dešava, budući da je pritisak konstantan je izobaran, a do rada koji se izvrši pri pomeranju klipa se može doći relativno lako.

Pošto je pritisak konstantan, sila koja deluje na klip je takodje konstantna a njen rad na pomeranju klipa za d je $A = Fd$. Kako silu izaziva pritisak P koji deluje na površinu klipa S rad je $A = PSd$. Imajući u vidu da proizvod Sd jednak promeni zapremine gasa ΔV , rad pri izobarnom procesu, prilikom koga je došlo do promene zapremine ΔV je

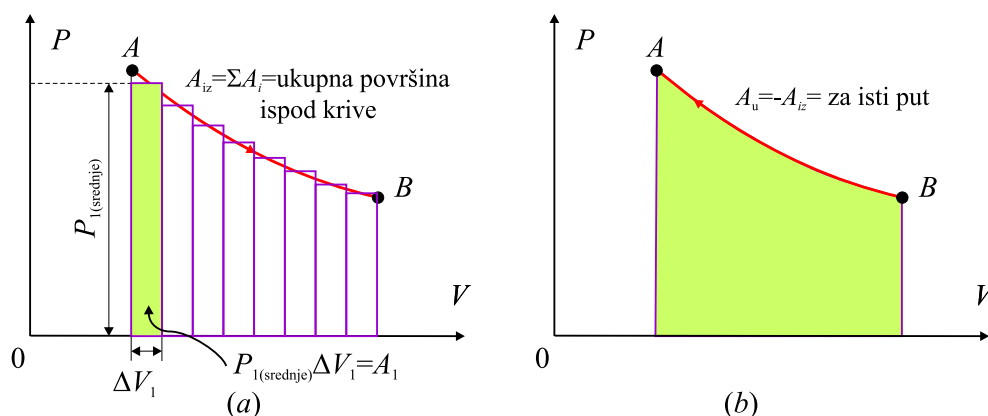
$$A = P\Delta V. \quad (7.22)$$

Sa slike 7.28 (b) se vidi da je rad koji je gas pri tome izvršio brojčano jednak površini ispod grafika ovog procesa u PV dijagramu za dati interval zapremina. To je veoma korisna činjenica koja važi i za druge tipove procesa a ne samo za izobarne.



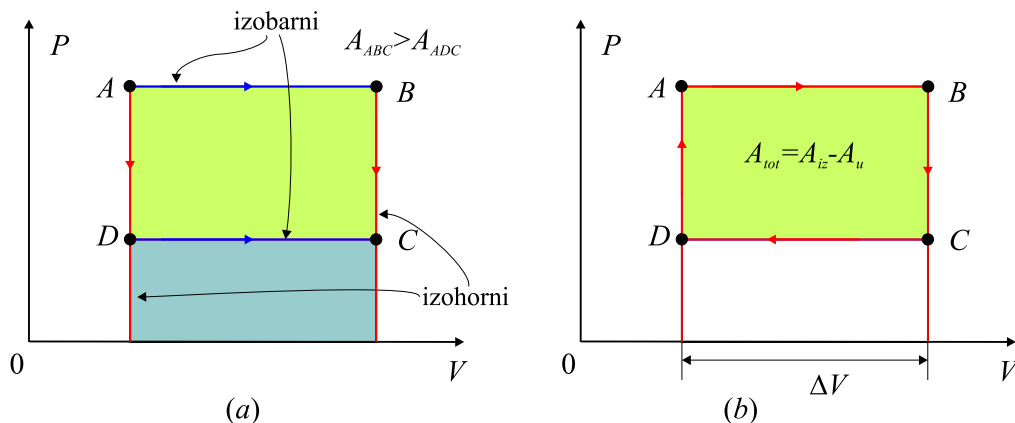
Slika 7.28: (a) Kada se gasu pod klipom dovodi toplota on će se širiti izobarno a rad koji pri tom izvrši pomerajući klip je $P\Delta V$. (b) Grafik pritiska u funkciji zapremine pri konstantnom pritisku. Površina ispod krive je jednaka radu koji je gas izvršio.

Na slici 7.28 (a) je prikazan jedan složeniji proces u kojem se i P i V menjaju. Svi ovakvi procesi se međjutim mogu svesti na niz izobarnih tako što se površina ispod krive koja ih reprezentuje izdela na niz traka, tako da je celokupna površina ispod krive, odnosno rad, približno jednaka njihovom zbiru. U svakom od njih se za pritisak koji se kreće između dve različite vrednosti uzima neka prosečna P_{isrednje} kojom se množi promena zapremine ΔV_i . Pri tome se dobija rad $A_i = P_{\text{isrednje}}\Delta V_i$ koji je u tom slučaju jednak površini pravougaonika kojim približno zamenjujemo odgovarajuću traku na grafiku. Ukupni rad pri procesu od stanja A do B je u tom slučaju približno jednak zbiru ovakvih površina $A = \sum A_i$. Ukoliko se proces odvija u suprotnom smeru, odnosno od tačke B do tačke A (slika 7.29 (b)) rad se vrši nad sistemom, a površinu smatramo "negativnom" čime se iskazuje činjenica da je pri ovome promena odgovarajućih zapremina negativna.



Slika 7.29: (a) PV dijagram za proces u kome variraju i P i V . U svakom intervalu su procesi približno izobarni. (b) Da bi proces išao obrnutim smerom mora da se vrši rad nad sistemom.

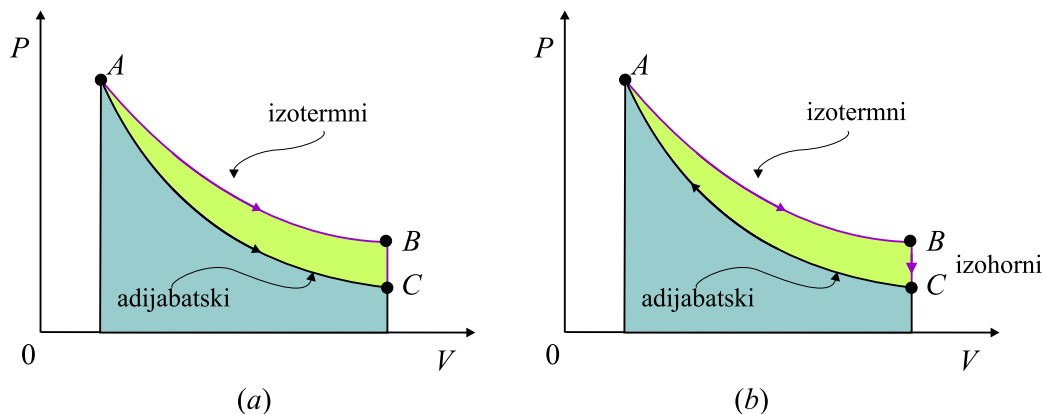
Sa PV dijagrama se lako može uočiti jedna važna činjenica na koju je već ukazano, a to je da *izvršeni rad zavisi od putanje a ne samo od njenih krajnjih tačaka*. Sa slike 7.30 (a) se može uočiti da je rad od tačke A do tačke C ako se ide po gornjoj putanji (preko tačke B) veći od onoga po donjoj (preko tačke D). Vertikalni delovi putanja, pri kojima je zapremina konstantna odgovaraju procesima koji se nazivaju **izohorni**. Pošto je u njima zapremina konstantna, njena promena je $\Delta V = 0$ pa je rad pri izohornim procesima jednak nuli.



Slika 7.30: (a) Rad koji se izvrši po putanji ABC je veći od rada po putanji ADC (b) Površina ispod zatvorene krive linije je jednaka radu koji se izvrši prilikom tog ciklusa. Ukoliko je smer obilaženja ove površine suprotan od kazaljke na časovniku, rad se vrši nad sistemom.

Ukoliko sistem učestvuje u procesima u kojima je krajnja tačka ista početnoj (takvi procesi se nazivaju ciklusi), kao što je to prikazano na slici 7.30 (b), ukupni rad je jednak površini unutar zatvorene linije ovog procesa. "Negativni deo površine", ispod putanje CD se prilikom obračunavanja odgovarajućih radova oduzima, tako da ostaje jedino osenčena

oblast unutar pravougaonika. Ovo pravilo važi za bilo koji ciklus ma kakvog oblika da je, a ne samo pravougaonog. Primetimo da je smer obilaženja površine ciklusa od velike važnosti, naime ako površinu obuhvaćenu njime obilazimo tako da nam ostaje sa desne strane (smer kazaljke na časovniku) rad je pozitivan, a u suprotnom je negativan.



Slika 7.31: (a) Gornja kriva predstavlja izotermni proces ($\Delta T = 0$), a donja adijabatski ($Q = 0$). (b) Prikazani ciklus od izoterme, izohore i adijabate proizvodi rad.

Na slici 7.31 (a) su prikazana druga dva veoma važna procesa u PV dijagramu. Da bi moglo da se izvrši upoređivanje oba kako počinju iz istog stanja reprezentovanog tačkom A. Gornja kriva, koja se završava u tački B, predstavlja *izotermni* proces, odnosno proces pri kome je temperatura konstantna. Ukoliko je sistem idealni gas, i u njemu nema faznih transformacija, važi $PV = n_m RT$. Kako je $T = const$, sledi da je i proizvod $PV = const$ u izotermnom procesu. Obično se očekuje da temperatura gasa opada kada se on širi, tako da bi moglo da se sumnja da toplota treba da se dodaje sistemu da bi mu temperatura ostala ista prilikom izotermnog procesa. Da bi to dokazali pretpostavimo da je reč o jednoatomskom idealnom gasu, čija je srednja kinetička energija

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT.$$

Kinetička energija translacionog kretanja atoma jednoatomskog idealnog gasa je jedini oblik energije kojoi on poseduje pa je njegova ukupna unutrašnja energija

$$U = N\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}NkT, \quad (7.23)$$

gde je N broj atoma gasa. To znači da će unutrašnja energija idealnog jednoatomskog gasa biti konstantna tokom izotermnog procesa, odnosno da će važiti $\Delta U = 0$. Ukoliko se unutrašnja energija ne menja neophodno je da postoji toplota na osnovu koje će se vršiti rad pri izotermnom širenju, jer iz $\Delta U = Q - A$, pri tim uslovima sledi $Q = A$. To znači da u sistem mora da se doda tačno onoliko toplote da se nadomesti rad koji je izvršen. Iz tog razloga su izotermni procesi spori, jer je potrebno dodavati neprekidno toplotu da bi temperatura gasa ostala konstantna u svakom momentu vremena. Ona mora da se dodaje polako i proces mora da bude spor što obezbeđuje dovoljno vremena da se toplota proširi kroz gas, kako u njemu ne bi bilo oblasti koje imaju višu ili nižu temperaturu.

Na slici 7.31 (a) je takodje prikazana i kriva AC koja predstavlja **adijabatski proces**, koji se definiše kao proces pri kome sistem ne razmenjuje toplotu sa okolinom, odnosno prilikom koga je $Q = 0$. Procesi koji su tog tipa se mogu dobiti ili veoma efikasnom izolacijom sistema ili pak time što će procesi biti toliko brzi da sistem ne stigne da razmeni toplotu. U toku bilo kog adijabatskog procesa temperatura mora da opadne jer se rad vrši na račun unutrašnje energije $U = 3/2NkT$. Kako je $Q = 0$, iz prvog zakona termodinamike sledi $A = -\Delta U$. Pošto će temperatura biti niža mora da bude niži i pritisak, tako da je kriva AC niža od krive AB , a time će i rad koji se vrši tokom adijabatskog procesa biti manji. Ukoliko pak formiramo ciklus dodajući još jedan izohorni proces koji povezuje stanja B i C (kojim će se gas hladiti), rezultat će biti rad koji vrši sistem 7.31 (b).

Povratni procesi

I izotermni i adijabatski procesi, prikazani na slici 7.31 su u principu povratni (reverzibilni). Povratni proces je onaj u kome i sistem i okolina mogu da se vrate tačno u stanje iz koga su krenuli, procesom suprotnog smera. Procesi suprotnih smerova u ovim slučajevima su BA i CA . Realni makroskopski procesi nikada nisu u potpunosti povratni. Neka je sistem u kome se dešavaju procesi idealni gas. Pri tome okolinu sistema predstavlja cilindar u kome se gas nalazi i ostatak vasiona. Ukoliko pri pomeranju klipa postoji i najmanje trenje toplota odlazi u okolinu praktično nepovratno. Čak i ako bi se stanje sistema kretalo putanjom BA i gas se vratio u početno stanje, zbog postojanja trenja okolina se ne bi vratila u njeno početno stanje jer bi se ona grejala i u direktnom procesu AB i u obrnutom BA . Povratnost procesa pretpostavlja medjutim suprotan smer svih procesa što, kao što vidimo, nije moguće.

Zašto su realni (spontani) procesi nepovratni? Hajde da za trenutak zamislimo da to nije tako i da oni mogu da se odvijaju i u suprotnom smeru. To bi značilo da bi na spontan način toplota trebalo da prelazi i sa hladnijih tela na toplije što se u prirodi ne dešava. Istine radi, napomenimo da su ovakvi procesi, iako se u prirodi ne dešavaju, dozvoljeni sa stanovišta prvog zakona termodinamike, jer pri tome nije narušen zakon održanja energije. Ovakve procese zabranjuje drugi zakon termodinamike a upravo se na osnovu njega dolazi i do ograničenja u efikasnosti toplotnih mašina. Videćemo da čak i mašine koje rade sa najvećom teorijski mogućom efikasnošću koristeći povratne procese, ne mogu nikako da svu toplotu prevedu u rad.

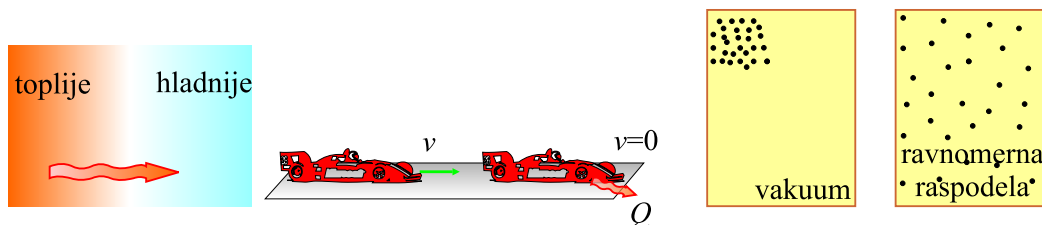
7.11.3 Drugi zakon termodinamike. Toplotne mašine i njihova efikasnost

Jednostavna analiza procesa koji se dešavaju u prirodu ukazuje na činjenicu da se većina njih odvija spontano samo u jednom smeru, odnosno da su nepovratni. Drugim rečima **nepovratni procesi** su oni koji zavise od putanje kojom se odvijaju. Kod njih se putanja suprotnog procesa razlikuje od direktnog pa time proces nije povratan. Na primer, kao što je već napomenuto, toplota se uvek spontano prenosi sa tela više na telo niže temperature. Hladnije telo u kontaktu sa toplijim se neće spontano dodatno ohladiti, niti će toplijem temperatura dodatno porasti.

Dobar primer za ovo je takodje i činjenica da se mehanička energija, na primer kinetička energija tela koje se kreće kroz otpornu sredinu, u potpunosti može konvertovati u toplotu

trenjem, ali se suprotno neće desiti. Toplo telo u stanju mirovanja nikad se neće spontano hladiti i pri tome doći u stanje kretanja.

Slično se dešava i kada se u deo vakuumiranog suda ubaci određena količina gasa. Njegovi molekuli će se spontano proširiti po celom sudu dok je verovatnoća da se spontano okupe u istom delu suda iz koga su počeli da se šire, zanemarljiva (slika 7.32).



Slika 7.32: Primeri jednosmernih procesa u prirodi.

Činjenica da se neki procesi nikada ne dešavaju u prirodi, upućuje na to da postoji neki zakon kojih zabranjuje. Prvi zakon termodinamike ih, kao što smo već приметili, ne zabranjuje ukoliko se u njima ne krši zakon očuvanja energije. Zakon koji zabranjuje ove procese je dobio naziv drugi zakon termodinamike. Kao što ćemo videti on se može iskazati na više različitih načina. Dublja analiza međjutim pokazuje da su svi oni međusobno ekvivalentni.

Smer prelaska toplote sa toplijih tela na hladnija je osnova prve verzije **drugog zakona termodinamike: toplota uvek prelazi spontano sa tela više na telo niže temperature dok se suprotan smer prelaska nikada ne odvija spontano.**

Drugim rečima, nemoguć je proces u kome bi jedini rezultat bio prelazak toplote sa hladnijeg tela na toplije.

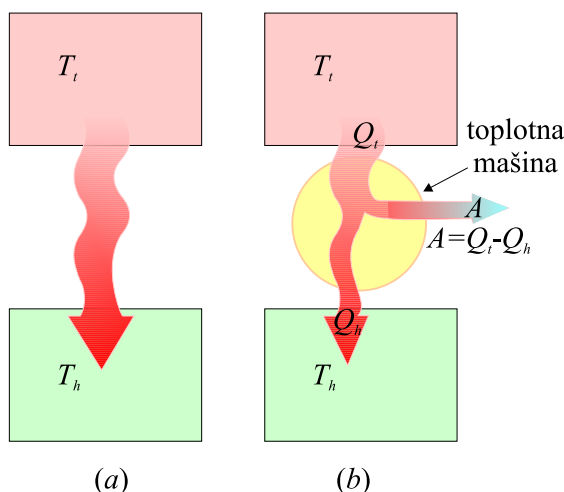
Toplotne mašine

Toplotne mašine su zapravo naprave koje su sposobne da jedan deo spontanog toka toplote pretvore u koristan rad (slika 7.33 (b)). Benzinski i dizel motori i parne turbine su primeri toplotnih mašina koje proizvode rad na račun dela toplote iz nekog izvora. Toplota koja struji sa toplijeg tela (toplijeg rezervoara) je Q_t , dok je izgubljena toplota, odnosno toplota koja je prešla na hladnije telo (hladniji rezervoar)⁶³ je Q_h , dok je dobijeni rad A . Temperature toplijeg i hladnijeg rezervoara su T_t i T_h .

Izvori toplote su obično skupi. Benzinu, na primer, uglavnom raste cena. Iz tog razloga je dobro postići takve uslove rada motora da se iz njega izvuče maksimalna količina rada. Bilo bi idealno kada bi dobijeni rad bio jednak toploti ($A = Q_t$) i kada ne bi bilo toplote koja predstavlja gubitak ($Q_h = 0$). To na žalost nije moguće. Drugi zakon termodinamike u vezi konverzije toplote u rad se može formulisati na sledeći način:

Ne postoji sistem koji bi mogao da apsorbuje toplotu iz rezervoara i u potpunosti je pretvori u rad u cikličnom (kružnom) procesu u kojem se sistem vraća u početno stanje.

⁶³Toplije i hladnije telo se nazivaju rezervoarima toplote jer se smatra da su toliko velika da im se temperature ne menjaju značajno u razmatranim procesima prelaska toplote.



Slika 7.33: (a) Prirodan tok toplote u skladu sa drugim zakonom termodinamike. (b) Toplotna mašina koristi deo toplote i pretvara ga u rad.

Ciklični procesi su procesi koji sistem, na primer gas u cilindru, vraćaju u njegovo početno stanje na kraju svakog ciklusa. Većina toplotnih mašina upravo koristi ciklične procese, a drugi zakon termodinamike u navedenoj formulaciji, jasno tvrdi da takve mašine ne mogu da budu idealni konvertori toplote u rad. Čak ni mašine za jednokratnu upotrebu (raketni motori) ne mogu da pretvore svu toplotu u rad. Da bi otkrili razloge za ovakvu situaciju, od koristi će biti da ispitamo relacije koje postoje između A , Q_t i Q_h i da odredimo efikasnost (koeficijent korisnog dejstva) ciklične toplotne mašine.

Kako smo naveli, ciklični proces dovodi sistem u početno stanje na kraju svakog ciklusa. To znači da je unutrašnja energija sistema U ista nakon svakog ciklusa, odnosno da je $\Delta U = 0$. Prema prvom zakonu termodinamike je

$$\Delta U = Q - A$$

gde je Q rezultujuća toplota koja se u toku ciklusa razmenila među telima ($Q = Q_t - Q_h$), dok je A ukupni rad koji je izvršio sistem. Pošto je $\Delta U = 0$, dobija se da je $A = Q$, odnosno

$$A = Q_t - Q_h, \quad (7.24)$$

što je šematski prikazano na slici 7.33 (b). Kao što vidimo u svakom procesu postoji gubitak u toploti Q_h koji ponekad može da bude jako veliki.

Prirodno je stoga da efikasnost toplotne mašine se upravo definiše kao odnos onoga što kao korisno dobijemo na kraju ciklusa i onoga što smo uložili na početku. U tom smislu se *koeficijent korisnog dejstva* toplotne mašine, koji se obično označava sa η , definiše kao odnos rada A i uložene toplote Q_t

$$\eta = \frac{A}{Q_t}. \quad (7.25)$$

Kako je $A = Q_t - Q_h$, za ciklični proces važi izraz

$$\eta = \frac{Q_t - Q_h}{Q_t} = 1 - \frac{Q_h}{Q_t}, \quad (7.26)$$

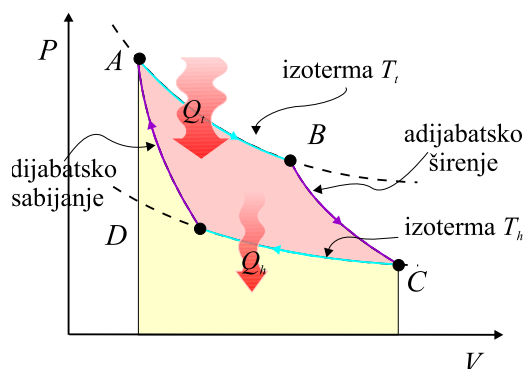
iz koga se vidi da je efikasnost od 1, odnosno 100% moguća jedino ako nema toplotnih gubitaka, odnosno jedino ako je $Q_h = 0$.

7.11.4 Karnoova idealna toplotna mašina

Posledica drugog zakona termodinamike je da toplotna mašina ne može da ima koeficijent korisnog dejstva 1, jer uvek moraju da postoje gubici u toploti Q_h . Iz izraza (7.26) međutim nije u potpunosti jasno koliko veliki ti gubici moraju da budu. Ovo pitanje je na teorijskom nivou 1824. godine rešio francuski inženjer Sadi Karno⁶⁴ studirajući toplotne mašine koje u to vreme tek što su bile konstruisane i bile najzaslužnije za industrijsku revoluciju. On je osmislio najefikasniji mogući teorijski ciklus koji se danas zove **Karnoov ciklus**. Toplotna mašina koja koristi ovaj ciklus se naziva **Karnoova mašina**.

Ključna Karnoova ideja je da ciklus treba da se sastoji samo od povratnih procesa. Razlog je što su ireverzibilni procesi po svojoj suštini povezani sa dodatnim toplotnim gubicima (usled postojanja na primer trenja). Takvi procesi bi doveli do povećanja toplotnih gubitaka Q_h i smanjili efikasnost mašine. Drugi zakon termodinamike, iskazan preko povratnih procesa, može da se iskaže u trećem obliku:

Karnoova mašina, koja radi između dve date temperature, ima najveći mogući koeficijent korisnog dejstva. Bilo koja druga toplotna mašina koja koristi samo povratne procese i radi između istih temperatura će imati isti koeficijent korisnog dejstva kao i Karnoova.



Slika 7.34: Karnoov ciklus u PV dijagramu.

Na slici 7.34 je prikazan Karnoov ciklus u PV dijagramu. On se sastoji iz dva izotermna i dva adijabatska procesa.⁶⁵

Karno je takođe odredio i koeficijent korisnog dejstva takve mašine, polazeći od jednačine (7.26). Nakon što je pokazao da je za idealnu toplotnu mašinu, odnos toplote Q_h/Q_t jednak odnosu apsolutnih temperatura rezervoara, T_h/T_t , za koeficijent korisnog dejstva je dobio

$$\eta = 1 - \frac{T_h}{T_t}. \quad (7.27)$$

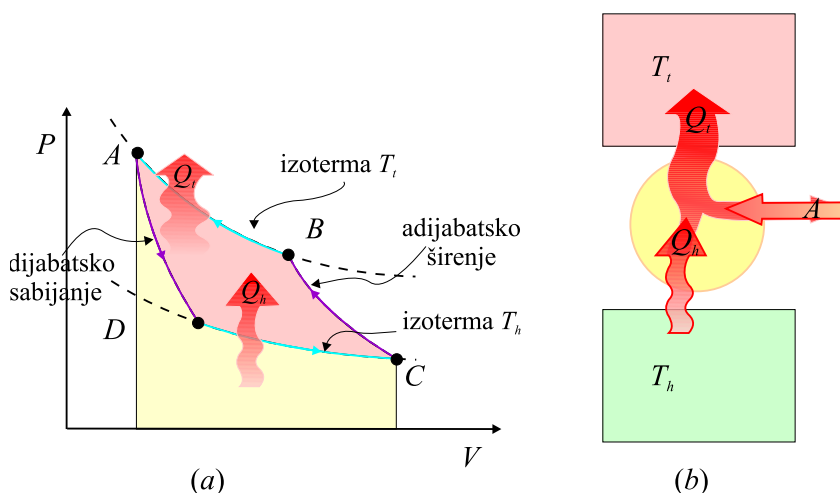
⁶⁴Sadi Carnot (1796-1832).

⁶⁵Prisetimo se da su oba, u principu, povratna.

Iz ovog Karnoovog rezultata sledi da je jedina mogućnost da toplotna mašina ima efikasnost od 100% ukoliko je hladniji rezervoar toplote na $T_h = 0$ K, što ni praktično, ni teorijski nije moguće postići. Obzirom na to, najefikasnija mašina je ona kod koje je odnos T_t/T_h što je moguće manji, a to se postiže većom temperaturnom razlikom između toplijeg i hladnijeg rezervoara. Kako su svi realni procesi nepovratni jasno je da realna toplotna mašina ne može da ima koeficijent korisnog dejstva kao Karnoova.⁶⁶

7.11.5 Toplotne pumpe i frižideri

Za razliku od do sada analiziranih toplotnih mašina, toplotne pumpe, erkondišni i frižideri prenose toplotu sa hladnijih tela na toplija. Može da se kaže da su to zapravo toplotne mašine kod kojih se procesi odvijaju u suprotnom smeru od uobičajenog. Pri tome se toplota Q_h oduzima od hladnijeg rezervoara i prenosi na topliji (slika 7.35). Da bi se to dogodilo potrebno je uložiti rad A , koji se takodje konvertuje u toplotu. Toplota koja je pri tome predata toplijem rezervoaru je $Q_t = Q_h + A$. Toplotna pumpa upravo ima ulogu da toplotu "upumpa" toplijem okruženju, na primer da tokom zime ubaci toplotu Q_t u kuću. Uloga erkondišna i frižidera je unekoliko drugačija, oni treba da dodatno ohlade tela koja su hladnija od tela u okruženju. To rade tako što oduzimaju dodatnu toplotu Q_h od njih.



Slika 7.35: (a) Karnoov obrnuti ciklus u PV dijagramu. (b) Principijelna šema toplotne pumpe, erkondišna i frižidera.

Toplotne pumpe

Kvalitet toplotne pumpe određen količinom toplote Q_t koju ona ubacuje u topliji rezervoar u poredjenju sa uloženim radom A koji je potrebno izvršiti da bi se to desilo. U skladu sa

⁶⁶U realnoj mašini će uvek postojati disipativni proces u njenim perifernim delovima (u električnim transformatorima ili u delovima automobila kojima se prenosi rad). Pri tome se povećavaju toplotni gubici i automatski smanjuje efikasnost.

tim je njen koeficijent korisnog dejstva (odnos dobijenog prema uloženom) dat relacijom

$$\eta_{tp} = \frac{Q_t}{A}. \quad (7.28)$$

On je jednak recipročnoj vrednosti koeficijenta korisnog dejstva toplotne mašine koja radi po direktnom ciklusu, odnosno $\eta_{tp} = 1/\eta$ i pošto je koeficijent korisnog dejstva toplotne mašine uvek manji od 1, ovaj koeficijent je *uvek veći od 1*. Drugim rečima ona uvek u sistem upumpa više toplote nego što iznosi uloženi rad. Kao drugo vredi primetiti da je toplotna pumpa to efikasnija što se temperature hladnijeg i toplijeg tela manje razlikuju. Napomenimo na kraju da u realnosti koeficijent korisnog dejstva toplotne pumpe iznosi između 2 i 4.

Erkondišni i frižideri

Cilj erkondišna i frižidera je da dodatno ohlade sistem koji se nalazi u toplijoj okolini. Slično kao i kod toplotnih pumpi, i u ovom slučaju je neophodno uložiti rad jer je nemoguće spontano toplotu sa hladnijeg tela preneti na toplije. Kvalitet erkondišna i frižidera je određen time koliko toplote Q_h može da oduzme hladijem telu u poredjenju sa radom A koji se za to uloži. Njihov koeficijent korisnog dejstva se zato definiše kao

$$\eta_{ef} = \frac{Q_h}{A}, \quad (7.29)$$

gde indeks *ef* označava da se radi o erkondišnima i frižiderima. Kako je $Q_t = Q_h + A$, erkondišni imaju manji koeficijent korisnog dejstva od pumpi zato što je $\eta_{tp} = \frac{Q_h}{A}$ a Q_t je veće od Q_h . Lako se pokazuje da, u slučaju kada obe mašine rade između istih temperatura, za njihove koeficijente važi relacija

$$\eta_{ef} = \eta_{tp} - 1.$$

Realni erkondišni i frižideri imaju η_{ef} između 2 i 6. To su veće vrednosti od onih navedenih ranije za toplotne pumpe, što je uglavnom posledica toga što su temperaturske razlike manje u ovom slučaju.

Za upoređivanje ovih uređaja je napravljen poseban sistem koji se skraćeno označava sa EER (Energy Efficiency Rating) u kome se koriste jedinice koje predstavljaju mešavinu SI i britanskog sistema jedinica. Naime efikasnost uređaja se dobija kada se podeli snaga uređaja u Btu (British thermal unit) po satu hladjenja ili grejanja podeljena ulaznom snagom u vatima. Erkondišni za sobe se obično u EER skali kreću od 9 do 12. Iako ove brojke nisu isto što i koeficijent korisnog dejstva, one su dobre za poredjenje, naime, što je veći EER, odnos utrošene električne energije i rezultata rada erkondišna je bolji.

7.11.6 Entropija i drugi zakon termodinamike. Neuredjenost sistema i upotrebljivost energije

U Karnoovom ciklusu, u kome imamo povratne procese je $Q_h/Q_t = T_h/T_c$, odakle sledi da za njih važi

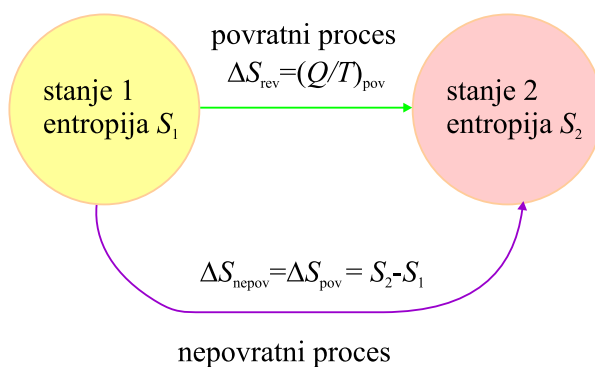
$$\frac{Q_h}{T_h} = \frac{Q_t}{T_t}$$

Preko ovih odnosa se definiše nova fizička veličina pod nazivom entropija. Zapravo promena entropije ΔS za povratni proces pri kome sistem razmeni toplotu Q na temperaturi T je

$$\Delta S = \left(\frac{Q}{T} \right)_{pov}. \quad (7.30)$$

SI jedinica za entropiju je prema tome J/K.

Ovakva definicija promene entropije je strogo govoreći tačna samo za povratne procese, poput onih koji se odvijaju kod Karnoove mašine. Kako međutim entropija, kao i unutrašnja energija, zavisi samo od početnog i krajnjeg stanja sistema a ne i od načina na koji je sistem evoluirao od jednog do drugog, promena entropije može da se dobro definiše i za realne procese (slika 7.36). Da bi je izračunali potrebno je da nadujemo povratni proces koji počinje u stanju 1 a završava se u stanju 2 i da izračunamo promenu entropije ΔS između njih. Kada je dobijemo tolika će biti njena promena bez obzira na tip procesa.



Slika 7.36: Promena entropije između dva stanja je nezavisna od toga da li su procesi povratni ili ne.

Entropija povratnih procesa

Kolika je promena entropije u Karnoovoj mašini i njenim toplotnim rezervoarima u jednom ciklusu? Toplijem rezervoaru se smanjuje entropija za iznos $\Delta S_t = -Q_t/T_t$, jer sa njega otiče toplota. Hladnijem raste entropija za $\Delta S_h = Q_h/T_h$, jer on dobija toplotu.⁶⁷ Ukupna promena entropije je prema tome

$$\Delta S = \Delta S_t + \Delta S_h,$$

a kako je za Karnoovu mašinu $Q_t/T_t = Q_h/T_h$, dobija se

$$\Delta S = -\frac{Q_t}{T_t} + \frac{Q_h}{T_h} = 0.$$

Na osnovu ovoga se može zaključiti da je **promena entropije sistema pri bilo kom povratnom procesu jednaka nuli**. Entropija delova sistema može da se promeni ali je

⁶⁷Kao što je već pomenuto ranije, smatra se da su rezervoari toplote dovoljno veliki da pri ovim procesima nema promene u njihovim temperaturama. U tom smislu se oni često nazivaju termostatima.

njena ukupna promena nula. Štaviše sistem ne utiče na entropiju okoline jer sa njom ne razmenjuje toplotu. Reč je naravno o idealnoj toplotnoj mašini a pošto realni procesi ne funkcionišu tako (bez razmene toplote sa okolinom) niti su povratni, jasno je da prilikom njih mora da dodje do promene ukupne entropije.

P r i m e r X. Odrediti ukupnu promenu entropije pri prelasku toplote od 4000 J nepovratnim procesom sa tela temperature $T_t = 600\text{K}$ na telo temperature $T_h = 250\text{ K}$, smatrajući da im se temperature pri tome nisu promenile.

R e š e n j e. Kako su promene u entropijama

$$\Delta S_t = -\frac{Q_t}{T_t} = -\frac{4000\text{ J}}{600\text{ K}} = -6,67\text{ J/K}, \quad \Delta S_h = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{4000\text{ J}}{250\text{ K}} = 16,0\text{ J/K},$$

njena ukupna promena je

$$\Delta S = \Delta S_t + \Delta S_h = (-6,67 + 16,0)\text{ J/K} = 9,33\text{ J/K}.$$

Entropija raste kada toplota prelazi sa toplijih tela na hladnija. Kako je promena u entropiji zadata izrazom Q/T , njena promena je utoliko veća što je niža temperatura. Stoga je smanjenje entropije toplijeg tela manje nego što je njen porast kod hladnijeg, što u zbiru dovodi do njenog porasta. Može da se zaključi da **entropije bilo kog sistema u kome se odigravaju nepovratni procesi raste**.

Na osnovu ova dva tvrdjenja za promenu entropije pri povratnim i nepovratnim procesima može da se zaključi da ona ili ostaje konstantna ili raste. Ovim se dolazi do četvrte verzije drugog zakona termodinamike izraženog preko entropije:

Ukupna entropija se nikada ne smanjuje u procesima već može ili da raste ili da ostane konstantna. Drugim rečima važi

$$\Delta S \geq 0, \quad (7.31)$$

gde se jednakost odnosi na povratne a nejednakost na nepovratne procese.

Relacija (7.31) takodje kao ukazuje na već istaknutu činjenicu da su nemogući proces kod kojih bi jedini rezultat bio prelazak toplote spontano sa hladnijeg tela na toplije. U takvim procesima bi, naime, dolazilo do smanjenja entropije, a to, prema ovoj relaciji, nije moguće.

Za razliku od energije koja je, takodje funkcija stanja, entropija se razlikuje po tome što se *ne održava* već raste u svim realnim procesima. Samo u povratnim procesima, koji se odvijaju kod idealnih toplotnih mašina, entropija ostaje konstantna.

Entropija i upotrebljivost energije

Promena entropije tela rezultira zapravo manjom sposobnošću toplote da se konvertuje u rad. To će biti jasnije na osnovu narednog primera.

P r i m e r X. (a) Odrediti rad Karnoove mašine koja radi između temperatura 600 K i 100 u kružnom procesu u kome se od toplijeg rezervoara uzima 4000 J toplote. (b) Pretpostaviti da 4000 J toplote prvo prelazi sa rezervoara temperature 600 K na rezervoar temperature 250 K (njemu je, zbog manje temperature, entropija veća!) pre nego što, u okviru kružnog procesa, predje na rezervoar temperature 100 K. Koliki je rad izvršila toplotna mašina u tom slučaju?

R e š e n j e. (a) Koeficijent korisnog dejstva Karnoove mašine je

$$\eta = 1 - \frac{T_h}{T_t} = 1 - \frac{100 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 0,833.$$

Rad koji se dobija u jednom ciklusu se dobija polazeći od izraza $\eta = A/Q_t$,

$$A = \eta Q_t = (0,833)(4000 \text{ J}) = 3333 \text{ J}.$$

(b) Na analogan način se dobija

$$\eta' = 1 - \frac{T_h}{T'_t} = 1 - \frac{100 \text{ K}}{250 \text{ K}} = 0,600,$$

pa je

$$A' = \eta' Q_t = (0,600)(4000 \text{ J}) = 2400 \text{ J}.$$

Ovaj veoma važan rezultat pokazuje da je u drugom kružnom procesu rad za 933 J manji iako je količina toplote iz koje je dobijen ista. Možemo da zaključimo da su od iste količine toplote dve idealne toplotne mašine proizvele različite radove jer su njihove entropije bile različite! U drugom slučaju (T_t je manje nego u prvom) je entropija veća a proizvedeni rad manji. U tom smislu je entropija povezana sa upotrebljivošću energije za vršenje rada.

Možemo da zaključimo da, uvek kada entropija raste, određena količina energije postaje *permanently* neupotrebljiva za dobijanje rada. Energija pri tome nije izgubljena već je samo promenila karakter. Ona ne može da se iskoristi za rad, odnosno da poprmi oblik orijentisane sile koja deluje u nekom delu prostora. U prethodnom primeru je 933 J rada manje dobijeno kao posledica toga da je temperatura toplijeg rezervoara bila manja. U suštini entropija tog Karnoovog ciklusa (koji raadi između temperatura 250 i 100 K) je veća za 9,33 J/K od entropije prvog ciklusa (koji radi između temperatura 600 i 100 K). Količina energije koja je usled toga postala neupotrebljiva za dobijanje rada je data relacijom

$$E_{neupotrebljiv} = \Delta S \cdot T_0, \quad (7.32)$$

gde je T_0 najniža temperatura u Karnoovom ciklusu.⁶⁸

Toplotna smrt Vasiona

Pošto entropija u svim realnim procesima raste, na osnovu relacije (7.32) sledi da će sa vremenom sve manje i manje energije u vasioni biti upotrebljivo za vršenje rada. Primetimo da na Zemlji već imamo ozbiljne probleme sa obezbeđivanjem energije za svakodnevne potrebe. Takodje smo naglasili da su svi procesi u kojima se iz izvora energije dobija rad takvi da se odvijaju *između različitih temperatura*.⁶⁹ Pre ili kasnije, potrošićemo sve vrste goriva, pa će temperature svih tela postati iste i toplotne mašine neće moći da funkcionišu.

⁶⁸U prethodnom primeru je to temperatura od 100 K pa je ovaj neupotrebljivi deo energije $E_{neupotrebljiv} = \Delta S \cdot T_0 = (9,33 \text{ J/K})(100 \text{ K}) = 933 \text{ J}$.

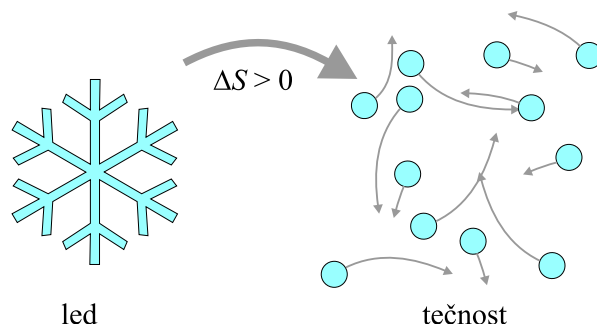
⁶⁹Pri tome se naravno misli uglavnom na goriva koja spadaju u takozvane neobnovljive izvore energije. Podsetimo se takodje činjenice da kada spaljujemo fosilna (ili nuklearna) goriva određeni deo energije ne možemo da iskoristimo za dobijanje rada.

Danas znamo da to nisu jedini izvori energije, već da na raspolaganju imamo i takozvane alternativne ili obnovljive izvore (termalna i fotonaponska sunčeva energija, energija vetra, talasa, ...) koje nam Sunce stalno "dopunjuje". Da li ta energija koja do nas dolazi iz kosmosa obogaćuje naše rezerve energije? Na vremenskoj skali za koju čovek ima osećaj odgovor je DA, jer će Sunce, prema svim proračunima, nastaviti da nas snabdeva energijom još nekoliko milijardi godina. Na vremenskoj skali pak univerzuma na kojoj se vreme meri u veoma velikim iznosima, mnogo većim nego što su stoleća i milenijumi, entropija univerzuma raste, a time opada upotrebljivost energije za dobijanje rada. Na kraju, kada sve zvezde budu potrošile gorivo, svi oblici potencijalne energije će biti iskorišćeni, sva tela će biti na istim temperaturama,⁷⁰ i neće biti mogućnosti da se dobije rad.

Ovakav zaključak je poznata kao *toplotna smrt vasione*, jer predviđa kraj svih procesa u njemu. Bez upuštanja u njenu opravdanost recimo na ovom mestu da je njen kraj, čak i da je takav, svakako veoma daleko u budućnosti, u svakom slučaju na nekih 15 do 20 milijardi godina od danas.

Od reda ka neredu

Entropija nije samo povezana sa upotrebljivošću energije već je i *mera neuredjenosti sistema*. Kada se, na primer, topi kocka leda koja ima strogo uredjenu kristalnu strukturu, molekuli vode prelaze u tečno stanje u kome više nisu vezani za neko fiksno mesto u prostoru već se kreću neuredjeno.



Slika 7.37: Led pri topljenju prelazi u, manje uredjeno, tečno stanje.

P r i m e r X. Izračunati porast entropije pri potpunom faznoj transformaciji 1.00 kg leda na 0 °C u tečnu vodu iste temperature.

R e š e n j e. Promena entropije je $\Delta S = Q/T$ a količina toplote koju led primi u procesu topljenja je $Q = mL_t = (1 \text{ kg})(334 \text{ J/kg}) = 3,34 \times 10^5 \text{ J}$. Na osnovu ovoga je promena entropije

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{3,34 \times 10^5 \text{ J}}{273 \text{ K}} = 1,22 \times 10^3 \text{ J/K}.$$

Prisetimo da je, u poredjenju sa promenama entropije u ranijim primerima, ovde dobijena mnogo veća vrednost.

⁷⁰U terminima termodinamike se može reći da će ceo univerzum biti na jednoj izotermini.

Proanalizirajmo sada sa ovog aspekta mešanje jednakih masa vode koje su u početku bile na temperaturama $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ i $40,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Obzirom da je reč o mešanju jednakih količina vode, nakon nekog vremena će temperatura smeše biti $30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Mešanje dve količine vode različitih temperatura se, u termodinamičkom smislu, svodi na to da se od toplije vode oduzima toplote i predaje hladnijoj. Pri tome se entropija toplije vode smanjuje a entropija hladnije raste. Kao posledica razlike u temperaturama, porast entropije hladnije vode je veći nego što je smanjenje entropije toplije. Zbirno gledano, promena entropije je pozitivna.

Kao drugo, kada se pomešaju dve količine vode različitih temperatura, smeša će imati svuda istu temperaturu. To znači da je nemoguće konstruisati toplotnu mašinu koja bi radila koristeći dobijenu smešu vode kao rezervoar toplote. Ovo je naravno bilo moguće dok god smo imali određene količine vode na različitim temperaturama. Drugim rečima, nakon procesa mešanja, deo energije više ne može da se koristi za dobijanje rada.

Kao treće, za dobijenu smešu se može reći da je manje uredjena od početnih količina vode. One su naime bile na dve različite temperature i sa nekim drugim raspodelama brzina.

Možemo da kažemo da su sva tri zaključka: porast entropije, smanjenje upotrebljivosti energije i manja uredjenost sistema, u stvari međusobno ekvivalentna.

Život, evolucija i drugi zakon termodinamike

Činjenica da su živi organizmi veoma kompleksni i uredjeni sistemi (što znači da imaju mnogo manju entropiju od supstanci od kojih su nastali i razvili se) bi mogla da ukazuje na eventualno kršenje drugog zakona termodinamike u njihovom slučaju. Nastanak živih bića od neorganske materije i njihova evolucija do današnjih oblika u kojima postoje takodje predstavljaju procese u kojima je došlo do smanjenja entropije. Međutim, ako malo bolje razmislimo, shvatićemo da to i nije zabranjeno zakonima termodinamike. Naime, oni ne zabranjuju da entropija *jednog dela* univerzuma, u nekim procesima opadne. Oni samo ukazuju na to da su oni obavezno praćeni procesima u okolini koji su takvi da se prilikom njih entropija u njoj poveća u većem iznosu od eventualnog lokalnog smanjenja. Na taj načine je ukupna entropija univerzuma uvek u porastu

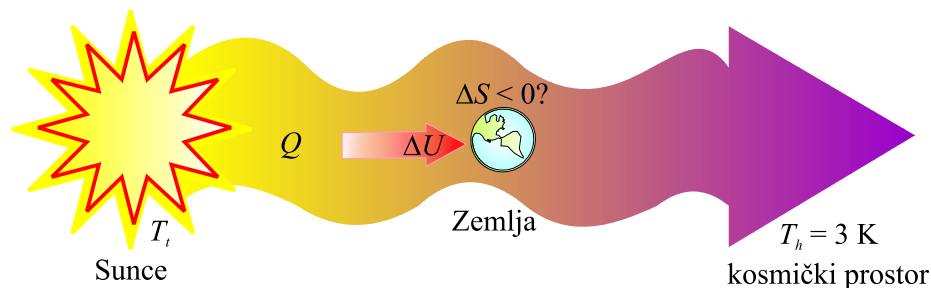
$$\Delta S = \Delta S_{sistem} + \Delta S_{okolina} > 0.$$

Drugim rečima, pošto je $\Delta S_{sistem} < 0$, drugi sabirak $\Delta S_{okolina}$ mora da bude i pozitivan i veći od njega.

U tom smislu se može reći da se entropija živih bića na Zemlji smanjuje na osnovu utroška energije koja do nas dolazi sa Sunca. U skladu sa drugim principom termodinamike, međutim, entropija ostatka vasiona pri ovome raste u većem iznosu.

Dobar primer za ovo su biljke koje u procesu fotosinteze stalno skladište deo solarne energije u obliku hemijske potencijalne energije. Zemlju zapravo, grubo gledano, možemo da zamislimo kao toplotnu mašinu koja radi između toplijeg rezervoara (Sunca) i hladnijeg - kosmičkog prostora temperature oko 3 K . Obzirom na složenost Zemlje kao toplotne mašine, u njoj su mogući lokalni porasti entropije, ali bez obzira na njih, ukupna entropija ima stalan i to prilično veliki porast koji je posledica stalnog transfera velikih količina

toplote. Samo mali deo toplote biva sačuvan u živom svetu na Zemlji, proizvodeći na taj način mnogo manje lokalne poraste entropije (slika 7.38).



Slika 7.38: Entropija na Zemlji može da se smanji u procesima u kojima učestvuje samo mali deo toplote koja dolazi sa Sunca i odlazi u kosmički prostor.

7.11.7 Statistička interpretacija entropije i drugi zakon termodinamike

Može se reći da sve do sada navedene formulacije drugog zakona termodinamike *opisuju šta se dešava*, a ne ukazuju na to *zašto* se procesi odvijaju na takav način. Zašto toplota baš prelazi spontano sa tela više na telo niže temperature? Zašto energija postaje manje upotrebljiva za vršenje rada? Zašto vasiona postaje manje uredjena? Odgovor se krije u tome što su baš ovakvi procesi neuporedivo verovatniji nego suprotni. Drugim rečima ni jedni ni drugi nisu zabranjeni, ali je verovatnoća da se dese znatno veća.

Bacanje novčića

Da bi nekako došli da odgovora na postavljena pitanja krenimo od analize, koja naizgled nema veze sa njima, mogućih ishoda istovremenog bacanja 5 novčića. Pošto svaki novčić ima dve strane (pismo i glava) mogući ishodi pri bacanju su

- 5 glava, 0 pisama,
- 4 glave, 1 pismo,
- 3 glave, 2 pisma,
- 2 glave, 3 pisma,
- 1 glava, 4 pisma,
- 0 glava, 5 pisama.

Ovaj niz mogućnosti, ukoliko nas ne zanima koji je noćić kako pao tj. koji je tačno od njih dao pismo a koji glavu, predstavlja niz **makrostanja** ovog sistema. Kao što vidimo, sistem od 5 novčića ima 6 mogućih makrostanja, odnosno rezultata prilikom bacanja. Pri tome za dobijanje 5 glava postoji samo jedna mogućnost (svi novčići moraju da padnu na isti način), ali zato ima više načina da se dobiju 3 glave i 2 pisma. U tabeli 9.7 su prikazane sve mogućnosti prilikom bacanja 5 novčića imajući u vidu i redosled dobijanja pisama i glava.

Svaki mogući redosled novčića prilikom bacanja se naziva **mikrostanje** i ono, kao što vidimo, predstavlja konkretan raspored delova sistema.

makrostanje	mikrostanje	broj mikrostanja
5 G, 0 P	GGGGG	1
4 G, 1 P	GGGGP, GGGPG, GGPGG, GPGGG, PGGGG	5
3 G, 2 P	GGGPP, GGPPG, GPPGG, PPGGG, GGP GP, GPGPG, PGPGG, GPGGP, PGGPG, PGGGP	10
2 G, 3 P	PPP GG, PPGGP, PGGPP, GGPPP, PPGPG, PGPGP, GPGPP, PGPPG, GPPGP, GPPPPG	10
1 G, 4 P	PPPPG, PPPGP, PP GPP, PGPPP, GGGGP	5
0 G, 5 P	PPPPP	1
Ukupan broj mikrostanja koja dovode do pobrojanih makrostanja		32

Tabela 7.7: Bacanje 5 novčića (P=pismo, G=glava).

Ukoliko su novčići dobro napravljeni, biće potpuno simetrični i međusobno jednaki, tako da prilikom bacanja ne postoje strane koje su favorizovane pri padanju na podlogu. Na jeziku uvedenih pojmova to znači da su sva mikrostanja jednako verovatna. Kako se makrostanje sa 3 glave i 2 pisma može realizovati na 10 načina, 10 puta je verovatnije da će se prilikom bacanja novčića to desiti nego ishod sa svih 5 glava na primer (ili svih 5 pisama).

Dve najmanje verovatne mogućnosti su dakle 5 pisama ili 5 glava i to su stanja koja su najuredjenija. Reč je o samo 2 (uredjena) ishoda u 32 mogućnosti! Najverovatnije strukture su pak one koje su najmanje uredjene, odnosno najhaotičnije, a to su 3 pisma i 2 glave (i obrnuto), sa ukupno 20 mogućih načina u 32 mogućnosti. U realnosti to znači da ako smo upravo dobili najuredjeniji slučaj sa 5 glava a 0 pisama (ili obrnuto što čini ukupno 2 mogućnosti) mnogo je verovatnije da ćemo u sledećem bacanju dobiti manje uredjen niz novčića (30 mogućnosti od ukupno 32 različita ishoda). Možemo da zaključimo da, ukoliko je polazno stanje sistema stanje većeg uredjenja, mnogo je verovatnije da će on sa vremenom da prelazi u sve neuredjenija stanja. Drugim rečima njegova entropija, kao mera neuredjenosti će rasti. Procesi obrnutog smera, koji vode ka većem uredjenju sistema, u principu nisu zabranjeni već su mnogo manje verovatni.

Ovakva analiza daje dramatične rezultate kada se primeni na sisteme sa velikim brojem čestica. Pretpostavimo da umesto 5 novčića bacamo njih 100, što naizgled nije velika razlika. Najuredjenije stanje je u tom slučaju je ishod sa 100 glava ili 100 pisama za šta postoji samo jedna, odnosno dve, mogućnosti. Na jeziku mikro i makrostanja, za svako od ova dva makrostanja postoji samo po jedno mikrostanje. Sledeće makrostanje, sa 99 glave i 1 pismom, može pak da se realizuje na 100 različitih načina, odnosno ima 100 mikrostanja. Račun pokazuje da se najneuredjenije makrostanje, sa 50 pisama i 50 glava, može dobiti na $1,0 \times 10^{29}$ načina, odnosno da ima toliko mogućih mikrostanja preko kojih može da se realizuje. Ukupan pak broj mikrostanja je u ovom slučaju takodje impresivan i iznosi $1,27 \times 10^{30}$. To znači da ukoliko krenemo od najuredjenijeg makrostanja sa 100 pisama (to jest nekim čudom pri bacanju 100 novčića oni svi padnu na jednu stranu), verovatnoća da dobijemo bilo koje manje uredjeno je ogromna-i to se u stvarnosti i dešava. Najuredjenije

makrostanje	broj mikrostanja
100 G, 0 P	1
99 G, 1 P	$1,0 \times 10^2$
95 G, 5 P	$7,5 \times 10^7$
90 G, 10 P	$1,7 \times 10^{13}$
75 G, 25 P	$2,4 \times 10^{23}$
60 G, 40 P	$1,4 \times 10^{28}$
55 G, 45 P	$6,1 \times 10^{28}$
51 G, 49 P	$9,9 \times 10^{28}$
50 G, 50 P	$1,0 \times 10^{29}$
49 G, 51 P	$9,9 \times 10^{28}$
45 G, 55 P	$6,1 \times 10^{28}$
40 G, 60 P	$1,4 \times 10^{28}$
25 G, 75 P	$2,4 \times 10^{23}$
10 G, 90 P	$1,7 \times 10^{13}$
5 G, 95 P	$7,5 \times 10^7$
1 G, 99 P	$1,0 \times 10^2$
0 P, 100 G	1
Ukupno	$1,27 \times 10^{30}$

Tabela 7.8: Bacanje 100 novčića (P=pismo, G=glava).

stanje je naravno samo jedna od mogućnosti i kao takva u principu i ona može ponovo da se realizuje. Ali koliko će nam trebati bacanja za tako nešto? Ukoliko nastavimo da bacamo tih 100 novčića svake sekunde, račun pokazuje da možemo da očekujemo da će svih 100 pasti na istu stranu nakon 2×10^{22} godina. To je za mnogo redova veličina duže vreme nego što je starost univerzuma, tako da su nam šanse da se to i desi ravne nuli. Nasuprot tome, imamo 8% šansi da dobijemo 50 pisama i 50 glava, 73% šansi da dobijemo od 45 do 55 glava i čak 96% šansi da dobijemo između 40 i 60 glava. Neuredjeni rasporedi su dakle neuporedivo verovatniji.

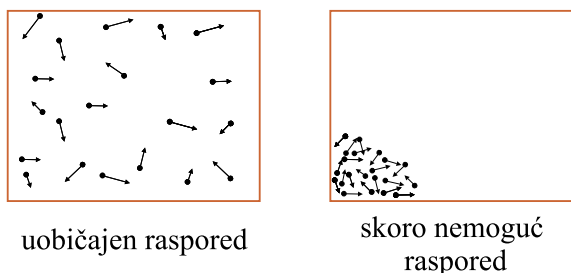
Neuredjenost gasnih sistema

Izuzetno veliki porast verovatnoće neuredjenih stanja, koji je bio primetan pri prelazu sa bacanja 5 novčića na 100 je bio izazvan samo i jedino porastom njihovog broja. Zamislimo sada da primenjujemo istu proceduru na gas u nekom sudu. Proučavanje makro i mikrostanja takvog sistema, se vrši metodatama **statistike**. Makrostanje gasa odgovara njegovim makroskopskim karakteristikama kao što su zapremina, temperatura i pritisak, a mikrostanja odgovaraju tačnom opisu, odnosno poznavanju, položaja i brzina (tačnije impulsa) njegovih atoma. Čak i mala količina gasa se sastoji od velikog broja atoma, prisetimo se da u $1,0 \text{ cm}^3$ idealnog gasa na 1.0 atm i na 0°C ima $2,7 \times 10^{19}$ atoma. Iz tog razloga svako makrostanje ima ogroman broj mikrostanja. Običnim jezikom rečeno, to znači da postoji ogroman broj načina na koje atomi u gasu mogu da se rasporede a da pri

svakom od njih, u datoj zapremini, imaju isti pritisak i temperaturu.

Najverovatnije stanje gasnog sistema je, prema tome, potpuno neuredjeno, sa Maksvelovom raspodelom po brzinama. To su najneuredjeniji uslovi koji mogu da se zamisle u kojima gas ispunjava na homogen način ceo sud koji mu je na raspolaganju pri čemu je kretanje haotično, odnosno bez privilegovanih pravaca. Nasuprot ovome, jedno od najuredjenijih makrostanja bi bilo ono u kome se svi atomi nalaze u jednom uglu suda i svi imaju identične brzine. Postoji sasvim mali broj načina (mikrostanja) da se oni rasporede u takvo makrostanje te je zato verovatnoća da se to desi izuzetno mala, praktično zanemarljiva (slika 7.39). Takvo stanje je toliko neverovatno da čak postoji zakon koji kaže da ono nije moguće. Reč je naravno o drugom zakonu termodinamike.

U stanju najveće haotičnosti je entropija najveća, dok je u uredjenim stanjima mala. Ubacujući na neki način energiju u sistem, mi bi mogli da nateramo sve atome da se sakupe u jedan deo suda i da na taj način smanjimo entropiju tog gasnog sistema, ali bi to koštalo povećanja entropije okoline, odnosno univerzuma. Ukoliko bi pak atomi gasa počeli svoje kretanje iz jednog ugla suda, oni bi se veoma brzo razili po celoj njegovoj zapremini i nikada se ne bi vratili u početno, uredjeno, stanje.



Slika 7.39: Uobičajeno, potpuno neuredjeno, stanje gasa i uredjeno stanje koje je, u principu, moguće ali sa zanemarljivom verovatnoćom.

Veliki Austrijski fizičar Bolcman, koji je zajedno sa Maksvelom dao ogroman doprinos razvoju kinetičke teorije, je pokazao da je entropija sistema koji se nalazi u datom makrostanju, data izrazom

$$S = k \ln W, \quad (7.33)$$

gde je k Bolcmanova konstanta a $\ln W$ je prirodni logaritam od broja mikrostanja W koja odgovaraju datom makrostanju. W je veličina koja je proporcionalna verovatnoći realizacije datog makrostanja. Na taj način je entropija direktno proporcionalna verovatnoći određenog stanja sistema pri čemu stanja veće verovatnoće imaju i veću entropiju. Bolcman je pokazao da je izraz (7.33) ekvivalentan do sada često korišćenoj definiciji $\Delta S = Q/T$.