

4. Programski paket ORIGIN

1 Teorijski zadaci

Zadatak 1. (Osnovna podešavanja grafika) Dodati novu kolonu u trenutnoj radnoj svesci (*workbook*) i uneti podatke iz tabele. Nacrtati grafik tipa *line + symbol* kolona B i C (u funkciji kolone A). Srediti ga kao na slici.

Podešavanja osa grafika:

- (1) Prikazati sve četiri ose na grafiku.
- (2) Podesiti x osu da bude u rasponu od 0 do 1 sa korakom 0.1, a y osu od 0 do 22.5 sa korakom 5.
- (3) Prikazati grid linije i podesiti im debljinu na 0.7 i 0.5 (*major* i *minor*) redom.
- (4) Oznakama na x osi dodati prefiks + i sufiks V . Rotirati ih za 10 stepeni.
- (5) Oznake na y osi pomnoziti sa 10.
- (6) Napraviti legendu. Veličinu svih oznaka (na osama i legendi) povećati jednom (opcija *increase font*). Podesiti izgled legende kao na slici.

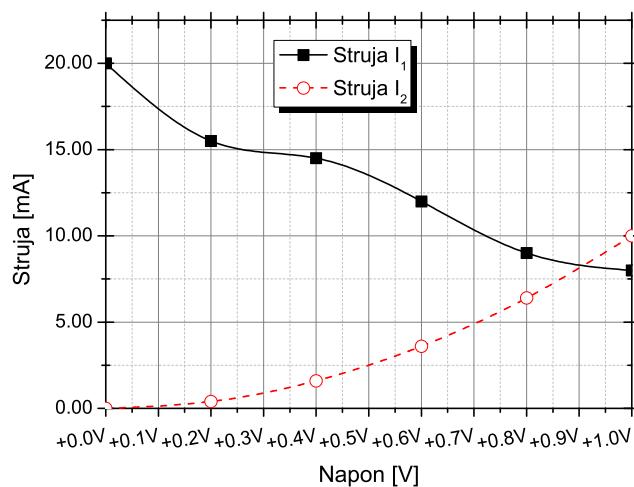
Podešavanja simbola i linija:

- (7) Povećati veličinu simbola na 12, a debljinu linije na 1.5. Tip linije podesiti na *spline*. Isključiti opciju da je oko simbola razmak (*gap to symbol*).
- (8) Podesiti da se i stil linije (*line style*) i unutrašnjost simbola (*symbol interior*) povećavaju inkrementalno za 1 (*By One*).

Ekspertovanje:

- (9) Promeniti ime radnoj svesci u "merenje", a grafiku u "Grafik merenja". Grafik zapamtiti (ekspertovati) kao *eps* fajl, i kopirati u Word.

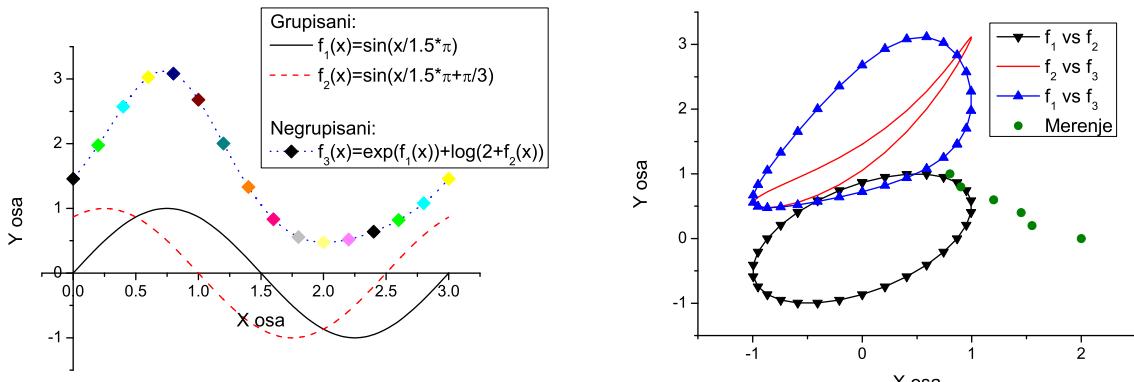
| U | I_1 | I_2 |
|-----|-------|-------|
| 0.0 | 2.00 | 0.00 |
| 0.2 | 1.55 | 0.04 |
| 0.4 | 1.45 | 0.16 |
| 0.6 | 1.20 | 0.36 |
| 0.8 | 0.90 | 0.64 |
| 1.0 | 0.80 | 1.00 |



Zadatak 2. (Automatsko generisanje kolona) U projektu iz prethodnog zadatka, dodati novu radnu svesku (*workbook*). U prvoj koloni generisati brojeve od 0 do 3 sa korakom 0.1. U naredne tri kolone redom generisati vrednosti funkcija $f_1(x) = \sin(x\pi/1.5)$, $f_2(x) = \sin(x\pi/1.5 + \pi/3)$ kao i $f_3(x) = e^{f_1(x)} + \log(2 + f_2(x))$. Nacrtati grafik i srediti ga kao na slici.

- (1) Podesiti ose tako da prolaze kroz koordinatni početak.
- (2) Razgrupisati serije, a onda prve dve grupisati i podesiti tip *line*. Poslednju ostaviti da bude *line + symbol*.
- (3) Podesiti inkrementalno menjanje stila i boje linije, kao i inkrementalno menjanje boje simbola na poslednjoj seriji.
- (4) Prikazivati svaki 3. simbol na poslednjoj seriji (propuštati po 2 simbola).
- (5) Preimenovati grafik u "Grafik funkcija", radnu svesku u "Funkcije" i eksportovati radnu svesku u fajl **funkcije.dat**.
- (6) Importovati podatke iz fajla **funkcije.dat** u novu radnu svesku.

Nacrtati kombinovani grafik i srediti ga kao na drugoj slici.

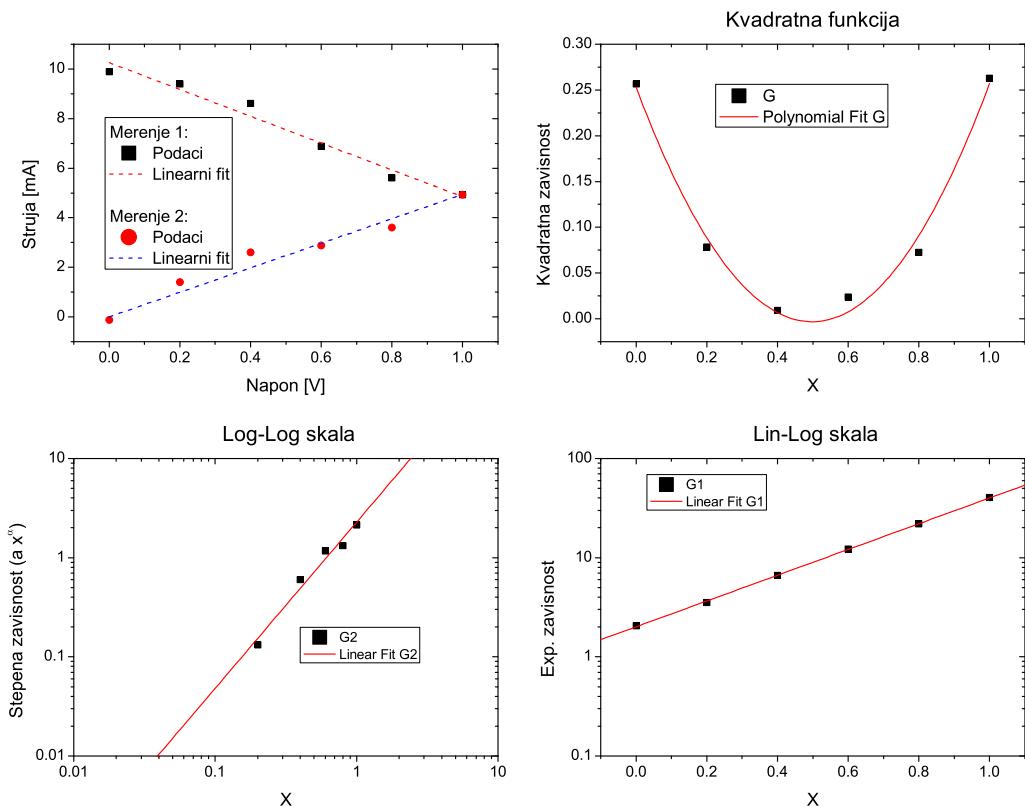


Zadatak 3. (Fitovanje)

- (1) U koloni A radne sveske upisati vrednosti 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1. Vrednosti kolona B i B1 izračunati po formuli $10 - 5 * \text{col}(A)$ i $5 * \text{col}(A)$. Kolonu C ispuniti pseudoslučajnim brojevima koji podležu normalnoj raspodeli. Naredne dve kolone D i D1 formirati po formuli $\text{col}(B) + 0.4 * \text{col}(C)$ i $\text{col}(B1) + 0.4 * \text{col}(C)$ ¹.
- (2) Nacrtati grafik zavisnosti kolona D i D1 od A. Tip grafika podesiti na *scatter*.
- (3) Izvršiti linearno fitovanje oba grafika, i uočiti vrednosti i greške koeficijenata fitovanja. Grafik srediti kao na slici (debljina linija je 1.5, a sve oznake su povećanem jednom).

Polinomno fitovanje i fitovanje nelinearnih zavisnosti $f_1(x) = ce^{ax}$ i $f_2(x) = cx^\alpha$.

- (4) Otvoriti novu radnu svesku i u kolonu A upisati iste vrednosti 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1. Generisati vrednosti u kolonama B, B1 i B2 redom koristeći formule $(\text{col}(A) - 0.5)^2$, $2 * \exp(3 * \text{col}(A))$ i $2 * \text{col}(A)^{1.3}$. Dodati kolonu F ispunjenu pseudoslučajnim brojevima koji podležu normalnoj raspodeli i generisati kolone G, G1 i G2 redom po formulama $\text{col}(B) + 0.01 * \text{col}(C)$, $\text{col}(B1) + 0.01 * \text{col}(C)$ i $\text{col}(B2) + 0.01 * \text{col}(C)$.
- (5) Nacrtati (posebne) grafike zavisnosti kolona G, G1 i G2 od A. Na drugom i trećem podesiti y osu da bude logaritamska, a na trećem ujedno i x osu.
- (6) Prvi grafik fitovati kvadratnom a ostale linearnom funkcijom. Izračunati vrednosti parametara fitovanja i njihove greške.
- (7) Spojiti sva 4 grafika u jedan.



¹Ove dve kolone imaju ulogu rezultata merenja sa (veštački) dodatom greškom

Primetimo da kolone G1 i G2 odgovaraju redom zavisnostima $f_1(x) = ce^{ax}$ i $f_2(x) = cx^\alpha$ gde su (tačne) vrednosti koeficijenata $c = 2$, $a = 3$ za prvu i $c = 2$, $\alpha = 1.3$ za drugu zavisnost.

Iako su u pitanju nelinearne zavisnosti, nakon određenih transformacija možemo ih svesti na linearne i izvršiti fitovanje.

1. $y = ce^{ax}$. Ako logaritmujemo obe strane jednakosti dobijamo

$$\log_{10} y = \log_{10} c + ax \log_{10} e$$

Prema tome, $Y = \log_{10} y$ je linearna funkcija od x oblika

$$Y = Ax + B, \quad A = a \log_{10} e, \quad B = \log_{10} c.$$

Sada možemo generisati vrednosti za Y (u novoj koloni), nacrtati zavisnost Y od x , i izvršiti linearno fitovanje da bi dobili koeficijente A i B . Medutim, isti efekat ćemo postići ukoliko nacrtamo polaznu zavisnost y od x , pa podesimo skalu na y osi da bude logaritamska. Tako ćemo "naterati" Origin da fituje $Y = \log_{10} y$ u funkciji od x . Fitovanjem dobijamo sledeće vrednosti ²:

$$A = 1.299 \quad B = 0.303$$

$$\Delta A = 0.01 \quad \Delta B = 0.01$$

Koeficijente a i c sada jednostavno računamo

$$a = \frac{A}{\log_{10} e} = 2.99, \quad c = 10^B = 2.01$$

Pošto je a jednak proizvodu konstante $(\log_{10} e)^{-1}$ i veličine A , to su relativne greške za A i a jednake, odakle dobijamo

$$\frac{\Delta a}{|a|} = \frac{\Delta A}{|A|} \Rightarrow \Delta a = |a| \frac{\Delta A}{|A|} = 0.023$$

Grešku za $c = 10^B$ dobijamo koristeći pravilo prvog izvoda:

$$\Delta c = |10^B \ln 10| \Delta B = 0.066$$

Pravilo prvog izvoda: Ako je veza izmedju veličina z i t data pomoću $z = f(t)$, i ako je poznata greška Δt veličine t , onda grešku veličine z možemo proceniti na sledeći način:

$$\Delta z = |f'(t)| \Delta t.$$

Pravilo prvog izvoda (opšti slučaj): Ako je $z = f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ onda je

$$\Delta z = \left| \frac{\partial f}{\partial t_1} \right| \Delta t_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial t_2} \right| \Delta t_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial t_n} \right| \Delta t_n.$$

²Napomena: Ove vrednosti mogu da budu drugačije, u zavisnosti od generisanih pseudoslučajnih brojeva u koloni F, ali ne bi trebalo da značajno odstupaju od vrednosti koje su ovde date. Naravno, to će prouzrokovati "male" promene svih vrednosti koje dalje računamo.

³Primetimo da dobijena vrednost za α (1.67 ± 0.16) ne sadrži tačnu vrednost 1.3. Ovo nas navodi na zaključak da je stepena zavisnost neotporna na greške, tj. da relativno male greške u podacima mogu prilično da utiču na dobijenu vrednost eksponenta.

2. $y = cx^\alpha$. Kao i u prethodnom slučaju, ako logaritmujemo obe strane dobićemo

$$\log_{10} y = \log_{10} c + \alpha \log_{10} x$$

pa je sada $Y = \log_{10} y$ linearna funkcija od $X = \log_{10} x$ oblika

$$Y = \alpha X + B, \quad B = \log_{10} c.$$

Dakle, i sada možemo ili da nacrtamo grafik zavisnosti Y od X (prethodno da generišemo odgovarajuće kolone) i obavimo fitovanje, ili da nacrtamo grafik polaznih zavisnosti (y od x), pri čemu obe ose logaritmujemo (kao što je i uradjeno na slici). Fitovanjem dobijamo ³

$$\alpha = 1.67 \quad B = 0.35$$

$$\Delta \alpha = 0.16 \quad \Delta B = 0.06$$

Vrednost i grešku za c određujemo kao u prethodnom slučaju:

$$c = 10^B = 2.23 \quad \Delta C = |10^B \ln 10| \Delta B = 0.31$$

Opšti slučaj. Ako imamo neku zavisnost $y = f(x)$ koja zavisi od parametara a, b, c, \dots , trudimo se da je svedemo na jedan od oblika:

$$Y = AX + B \quad \text{ili} \quad g(y) = A + BX + CX^2 + \dots$$

gde je $Y = g(y)$ i $X = h(x)$, za neke funkcije g i h . Tada crtamo grafik Y u funkciji od X (osim ako g ili h nisu logaritamske funkcije) i fitovanjem određujemo koeficijente A, B, C, \dots , na osnovu kojih onda računamo a, b, c, \dots

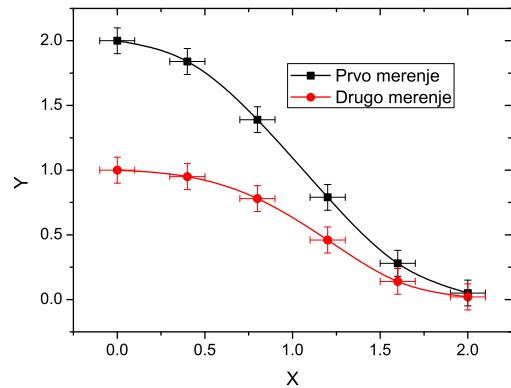
Zadatak 4. (Naprednija obrada rezultata merenja) Zavisnost neke fizičke veličine y od druge fizičke veličine x data je sa

$$y = c \exp \left(-\frac{x^2}{a} - \frac{x^4}{b} \right).$$

U tablici su prikazani rezultati dve serije merenja zajedno sa procjenjenim greškama za x i y .

- (1) Grafički predstaviti rezultate merenja i srediti grafik kao na slici.
- (2) Veličina simbola je 12, debljina linije 1.5pt, veličina fonta svih oznaka povećana je jednom.
- (3) Linija koja povezuje tačke je glatka kriva (*spline*).
- (4) Izvršiti fitovanje **odgovarajućih** zavisnosti i odrediti koeficijente c , a i b , kao i greške ΔC , Δa i Δb za obe serije merenja. Nacrtati i odgovarajući grafik.
- (5) Srediti grafik tako da je veličina simbola 12 a debljina linije 1.5pt.

| x | y_1 | y_2 | Δx | Δy |
|-----|-------|-------|------------|------------|
| 0.0 | 2.00 | 1.00 | 0.05 | 0.05 |
| 0.4 | 1.84 | 0.95 | 0.05 | 0.05 |
| 0.8 | 1.39 | 0.78 | 0.05 | 0.05 |
| 1.2 | 0.79 | 0.46 | 0.05 | 0.05 |
| 1.6 | 0.28 | 0.14 | 0.05 | 0.05 |
| 2.0 | 0.05 | 0.02 | 0.05 | 0.05 |



Potrebno je obaviti odredjene transformacije, tako da se dobiju nove dve veličine X i Y (u funkciji od x i y) koje su povezane linearnom ili polinomnom (u ovom slučaju kvadratnom) zavisnošću. Da bi pojednostavili postupak, nećemo uzimati u obzir date greške rezultata merenja (poslednje dve kolone tabele na prethodnoj strani).

Logaritmovanjem izraza za y dobijamo

$$\log_{10} y = \log_{10} c - \left(\frac{x^2}{a} + \frac{x^4}{b} \right) \log_{10} e.$$

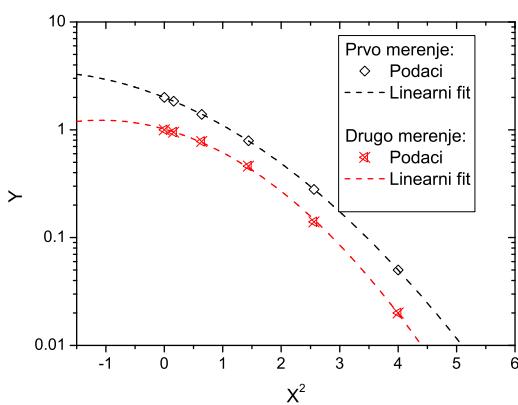
Sada je jasno da je $Y = \log_{10} y$ kvadratna funkcija od $X = x^2$, tj.

$$Y = AX^2 + BX + C$$

gde je

$$A = -\frac{\log_{10} e}{b}, \quad B = -\frac{\log_{10} e}{a}, \quad C = \log_{10} c.$$

Dakle, generisaćemo još jednu kolonu sa vrednostima $X = x^2$. Pošto je $Y = \log_{10} y$, možemo da nacrtamo y u funkciji od X , pri čemu ćemo skalu na y osi podesiti da bude logaritamska. Tako dobijamo sledeći grafik:



Fitovanjem dobijamo sledeće vrednosti koeficijenata ⁴:

$$A = -0.0467 \quad B = -0.213, \quad C = 0.300 \\ \Delta A = 0.0004 \quad \Delta B = 0.001 \quad \Delta C = 0.001$$

Dalje je

$$a = -\frac{\log_{10} e}{B} = 2.039 \\ b = -\frac{\log_{10} e}{A} = 9.299 \\ c = 10^C = 1.995$$

Greške koeficijenata a i b određujemo koristeći izraze za relativne greške proizvoda i količnika:

$$\frac{\Delta a}{|a|} = \frac{\Delta B}{|B|} \Rightarrow \Delta a = |a| \frac{\Delta B}{|B|} = 0.01 \\ \frac{\Delta b}{|b|} = \frac{\Delta A}{|A|} \Rightarrow \Delta b = |b| \frac{\Delta A}{|A|} = 0.08$$

Pošto je $c = 10^C$, grešku ovog koeficijenta računamo primenom pravila prvog izvoda:

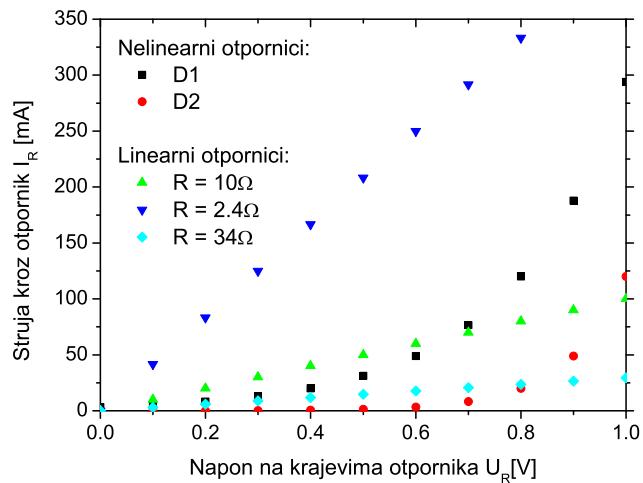
$$\Delta c = |10^C \ln 10| \Delta C = 0.005$$

⁴Analizu radimo samo za prvu seriju merenja, a vi možete da pokušate da odradite i za drugu :).

2 Razni zadaci

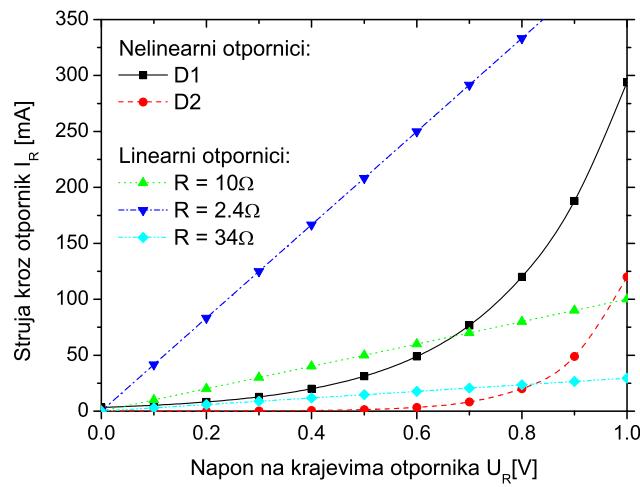
Zadatak 1. Grafički predstaviti strujno-naponske karakteristike linearnih i nelinearnih otpornika. Izmerene zavisnosti struje I od napona U za nelinearne otpornike date su u fajlu **zad1.txt**. Linearni otpornici imaju redom otpornosti .

- (1) Uneti podatke iz fajla **zad1.txt**.
- (2) Generisati vrednosti struje za linearne otpornike po formuli.
- (3) Nacrtati grafik na kome se prikazuju samo tačke (scatter).
- (4) Podesiti da su vrednosti na x osi u opsegu od 0 do 1 sa korakom 0.2 a na y osi od 0 do 350 sa korakom 50.
- (5) Veličina fonta ovih vrednosti je 24. Podesiti okvir sa svih strana pri čemu samo sa gornje strane crtice idu ka unutra dok sa ostalih strana idu ka spolja.
- (6) Napisati nazine svake od osa. Veličinu fonta povećati jednom.
- (7) Napraviti legendu.
- (8) Veličinu fonta povećati jednom.
- (9) Ubaciti ovu sliku u Word i dodati joj potpis.



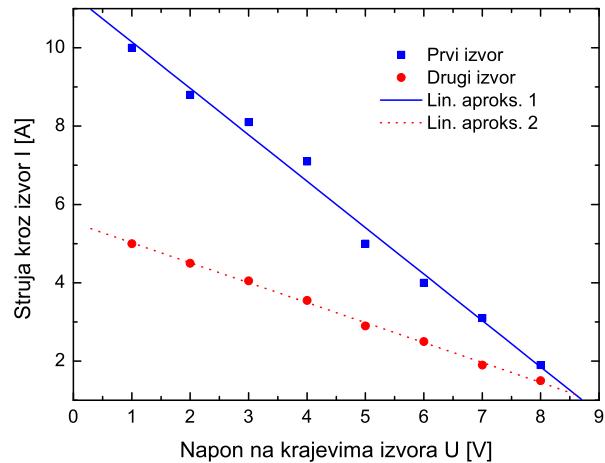
Zadatak 2. Korišćenjem podataka iz predhodnog zadatka nacrtati sledeći grafik.

- (1) Umesto tačaka sada imamo linije sa tačkom. Linije su glatke krive koje prolaze kroz sve tačke.
- (2) Debljina linija je 1.
- (3) Alternativno se menjaju i boja i tip linije.
- (4) Ubaciti sliku u Word i dodati potpis.



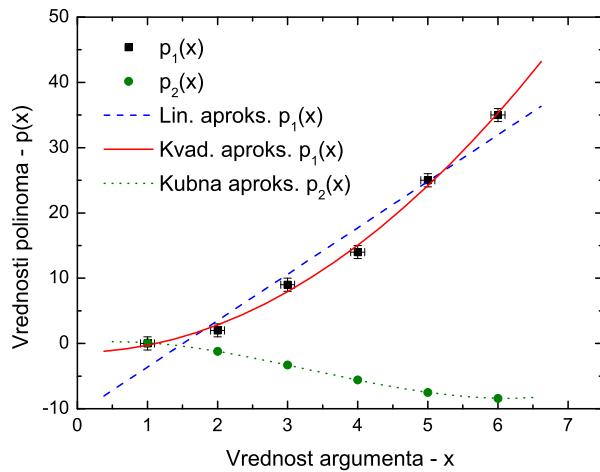
Zadatak 3. Na osnovu podataka datih u tabeli nacrtati grafik zavisnosti struje kroz izvor od napona na krajevima izvora. Izvršiti linearno fitovanje obe grupe podataka i odrediti koeficijent pravca i slobodni član provučene prave. Veličinu fonta svih oznaka povećati jednom (za jedan red veličine). Debljine svih linija su 1.5pt.

| $U[V]$ | $I_1[A]$ | $I_2[A]$ |
|--------|----------|----------|
| 1 | 10 | 5 |
| 2 | 8.8 | 4.5 |
| 3 | 8.1 | 4.05 |
| 4 | 7.1 | 3.55 |
| 5 | 5 | 2.9 |
| 6 | 4 | 2.5 |
| 7 | 3.1 | 1.9 |
| 8 | 1.9 | 1.5 |

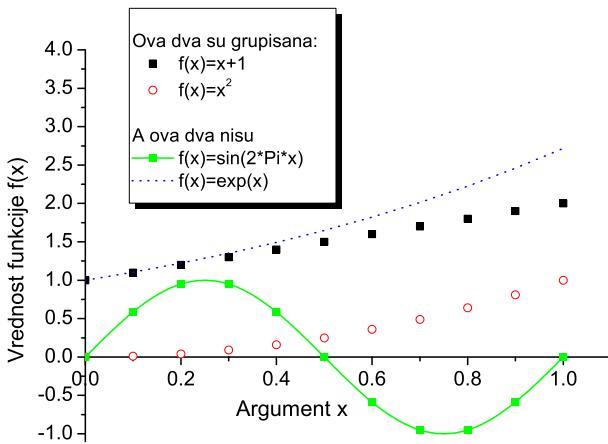


Zadatak 4. Na osnovu podataka datih u tabeli nacrtati grafik vrednosti funkcija $p_1(x)$ i $p_2(x)$ i izvršiti fitovanje vrednosti prve funkcije polinomom prvog i drugog stepena, a zatim fitovanje vrednosti druge funkcije polinomom trećeg stepena. Veličinu fonta svih oznaka povećati jednom (za jedan red veličine). Debljine svih linija su 1.5pt.

| x | p_1 | p_2 | Δx | Δp_1 |
|-----|-------|-------|------------|--------------|
| 1 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 |
| 2 | 2 | -1.2 | 0.1 | 1 |
| 3 | 9 | -3.3 | 0.1 | 1 |
| 4 | 14 | -5.6 | 0.1 | 1 |
| 5 | 25 | -7.5 | 0.1 | 1 |
| 6 | 35 | -8.4 | 0.1 | 1 |

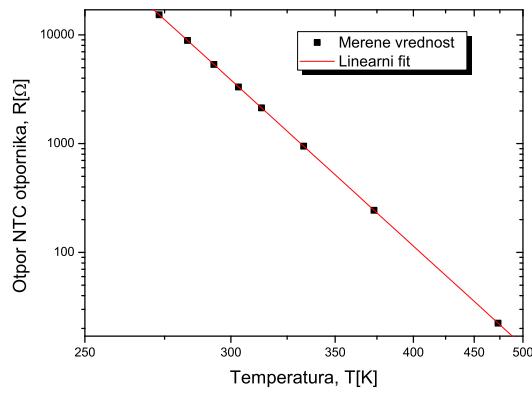
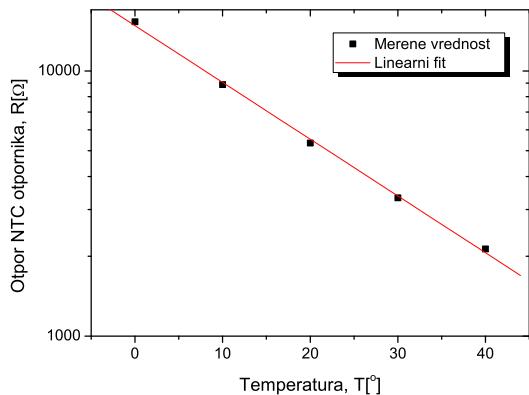


Zadatak 5. Nacrtati grafike funkcija $x + 1$, x^2 , $\sin(2\pi x)$, e^x . Vrednosti funkcija generisati u 10 tačaka. Pomeriti x osu. Veličinu fonta svih oznaka povećati jednom (za jedan red veličine). Debljine svih linija su 1.5pt. Sliku ubaciti u Word i dodati potpis.



Zadatak 6. Nacrtati grafike zavisnosti otpora NTC otpornika. Izmerene vrednosti su date u tabeli.

- (1) Uneti vrednosti u radnu svesku i izračunati odgovarajuće temperature u kelvinima.
- (2) Nacrtati grafik zavisnosti otpora od temperature, pri čemu je temperatura u celzijusima i u obzir se uzimaju samo prva 5 merenja.
- (3) Podesiti y osu na ovom grafiku da bude logaritamska.
- (4) Grafik fitovati pravom i odrediti zavisnost otpora od temperature.
- (5) Nacrtati grafik zavisnosti otpora od temperature, pri čemu je temperatura u kelvinima i u obzir se uzimaju sva merenja. Podesiti y osu da bude logaritamska, a x osu da bude recipročna ($1/T$).
- (6) Grafik fitovati pravom i odrediti zavisnost otpora od temperature.

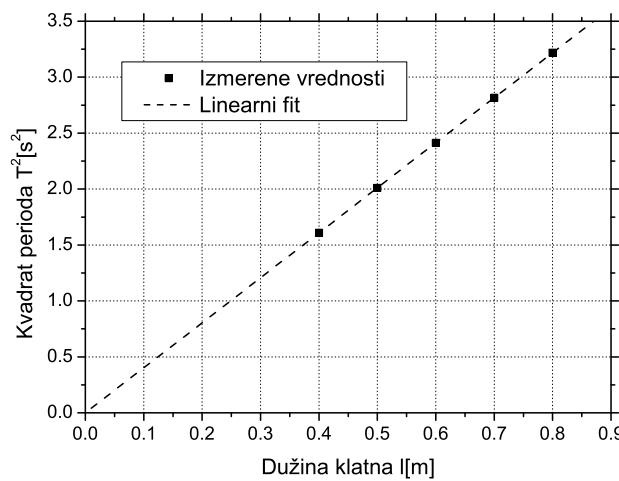


Zadatak 7. Izvršiti obradu rezultata merenja perioda oscilovanja matematičkog klatna i naći ubrzanje zemljine teže. Mereno je vreme za koje klatno izvrši $N = 15$ oscilacija. Mereni rezultati su dati u tabeli. Period oscilovanja klatna izračunava se po formuli

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

| $l[\text{m}]$ | $T_{15}[\text{s}]$ |
|---------------|--------------------|
| 0.4 | 19.03 |
| 0.5 | 21.27 |
| 0.6 | 23.3 |
| 0.7 | 25.17 |
| 0.8 | 26.91 |

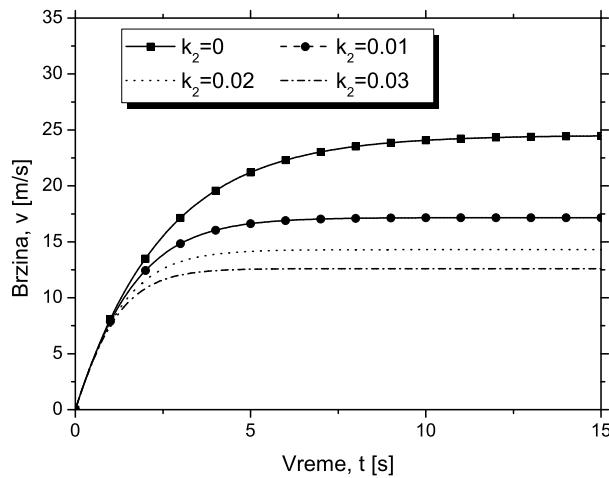
- (1) Ubaciti ove podatke u Origin i izračunati period oscilovanja za svako merenje po formuli $T = T_{15}/15$.
- (2) Izračunati vrednosti kvadrata perioda T^2 .
- (3) Fitovati ovaj grafik pravom, ali tako da prava prolazi kroz nulu.
- (4) Nacrtati grafik zavisnosti kvadrata perioda T^2 od dužine l . Grafik srediti kao na slici. Sve oznake na grafiku i brojeve povećati jednom. Debljina fitovane linije je 1.5 a debljina grid linija je 0.5.
- (5) Na osnovu vrednosti koeficijenta pravca i greške izračunati vrednost i grešku merenja ubrzanja zemljine teže.



Zadatak 8. Grafički predstaviti zavisnost brzine kuglice pri slobodnom padu i dejstvu otpora vazduha za različite vrednosti koeficijenta otpora vazduha. Jednačina kretanja kuglice je

$$ma = mg - k_1v - k_2v^2.$$

- (1) Uneti podatke iz fajla `zad8.txt`.
- (2) Nacrtati grafik. Sve oznake na grafiku i brojeve povećati jednom. Debljina linija na grafiku je 1.5. Prva dva grafika su grupisana, pri čemu se inkrementalno menja tip linije i tip simbola. Crta se svaki 10ti simbol. Druga dva grafika nisu grupisana.
- (3) Dobijeni grafik zapamtiti kao sliku u `png` formatu i uneti u `Word`.
- (4) Podesiti da tekst ne ide oko slike i dodati potpis ispod slike.



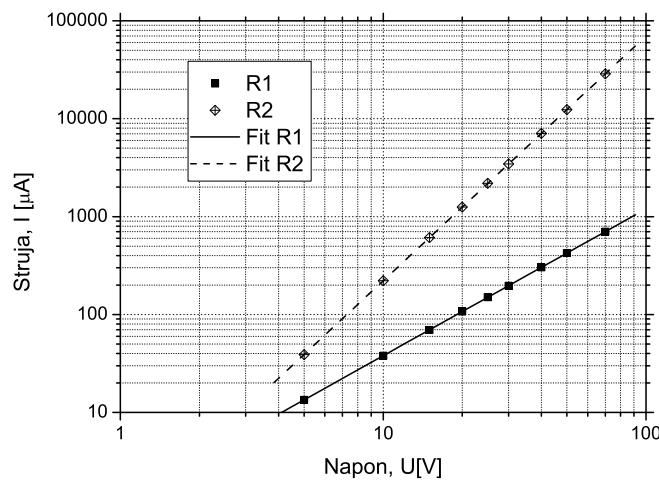
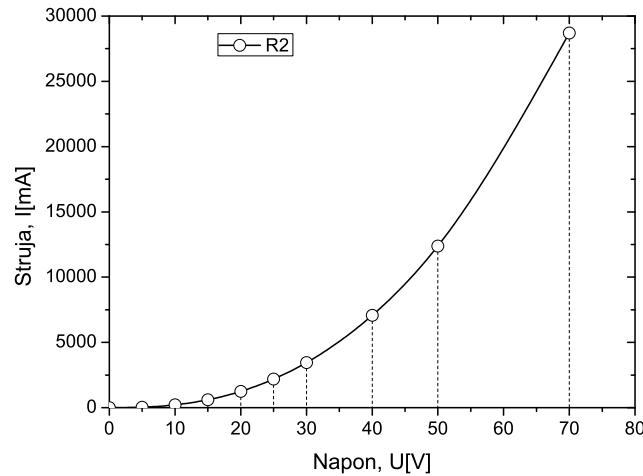
Zadatak 9. Nacrtati grafik strujno-naponskih karakteristika dva nelinearna otpornika.

- (1) Uneti podatke iz fajla `zad9.txt`.
- (2) Nacrtati grafik u linearnej skali i formatirati ga kao na slici. Sve oznake na grafiku i brojeve povećati jednom. Debljina grafika je 1.5 a istačkanih linija 0.5. Linija koja povezuje tačke je glatka i ide iza simbola.
- (3) Nacrtati grafik u log - log skali. Izvršiti linearno fitovanje.
- (4) Ukoliko je teorijska zavisnost struje od napona data izrazom

$$I = aU^b,$$

na osnovu dobijenih parametara fitovanja izračunati koeficijente.

- (5) Grafike uneti u `Word`, podesiti da tekst ne ide oko slike i dodati potpis ispod slika.

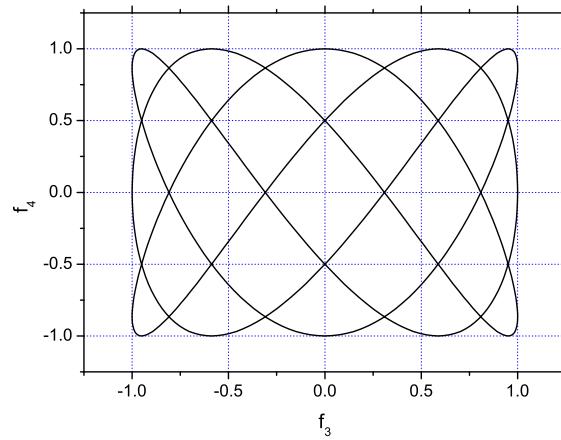
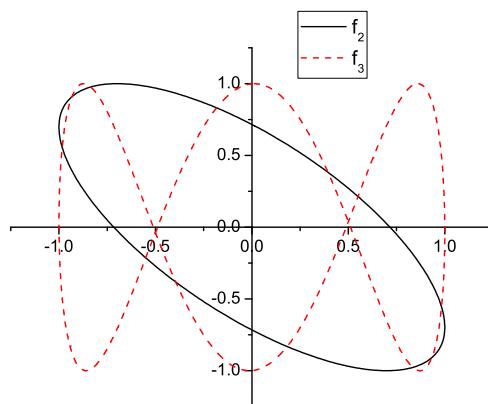


Zadatak 10. (Lisažuove figure)

- (1) U radnoj svesci dodati 3 nove kolone.
- (2) U prvoj koloni generisati brojeve $0, 1, 2, \dots, 500$. U narednim kolonama generisati vrednosti funkcija:

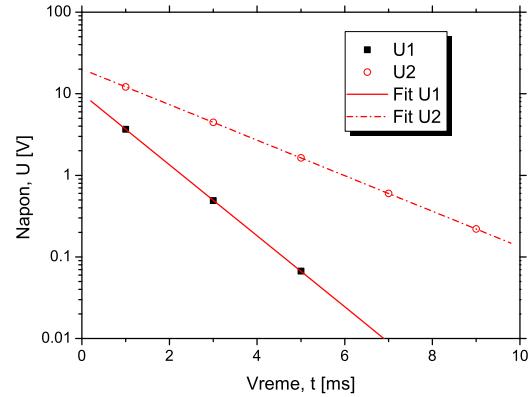
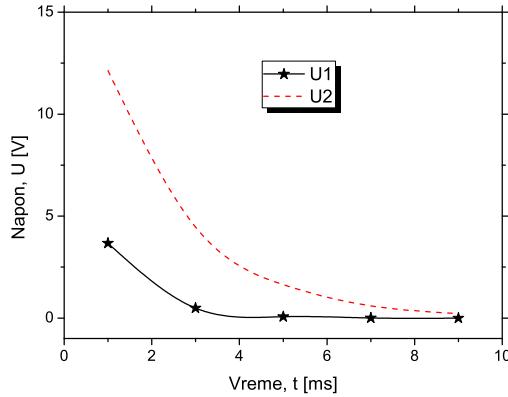
$$f_1(x) = -\sin\left(\frac{\pi x}{250}\right), \quad f_2(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{250} + \frac{\pi}{4}\right), \\ f_3(x) = \cos\left(\frac{3\pi x}{250}\right), \quad f_4(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{50} + \frac{\pi}{2}\right)$$

- (3) Nacrtati prvi grafik, tako da je f_1 na x osi, a f_2 i f_3 na y osi. Veličinu fonta svih oznaka (brojeva, potpisa ispod grafika i legende) povećati jednom. Debljina linije je 1.5pt. Linije se spajaju dužima (straight). Obe ose se nalaze na poziciji 0.
- (4) Nacrtati drugi grafik, tako da je f_3 na x osi, a f_4 na y osi. Veličinu fonta svih oznaka (brojeva, potpisa ispod grafika i legende) povećati jednom. Debljina linije je 1.5pt. Ubaciti grid linije pri čemu je njihova debljina 0.5 a boja plava.
- (5) Grafike uneti u Word. Formatirati ih tako da tekst ne ide oko njih. Ubaciti potpise ispod grafika.



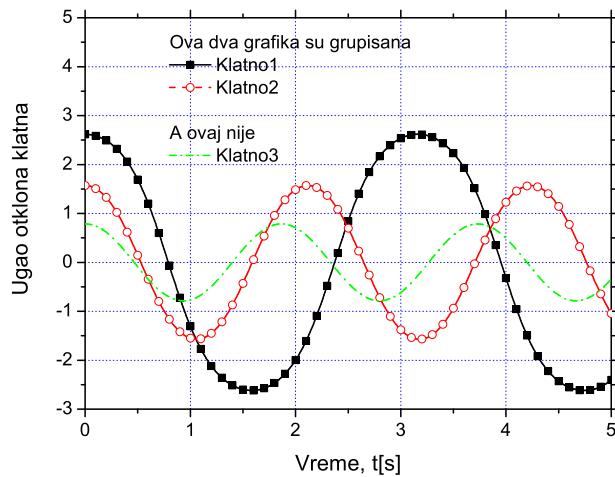
Zadatak 11. Nacrtati grafik zavisnosti dva napona u električnom kolu od vremena. U tabeli su date izmerene vrednosti.

- (1) Nacrtati grafik. Napon U_1 je tipa linija + simbol pri čemu je veličina simbola 12pt. Veličinu fonta svih oznaka (brojeva, potpisa ispod grafika i legende) povećati jednom. Debljina linije je 1.5pt.
- (2) Nacrtati drugi grafik. Podesiti y osu na grafiku tako da bude logaritamska. Vrednosti na y osi su u opsegu 0.01V - 100V. Veličinu fonta svih oznaka (brojeva, potpisa ispod grafika i legende) povećati jednom.
- (3) Podesiti da se vrsta, boja kao i tip simbola menjaju inkrementalno.
- (4) Fitovati obe zavisnosti pravom. Debljina linije je 1.5pt.
- (5) Ubaciti grafike u Word.
- (6) Pod predpostavkom da su teorijske zavisnosti ova dva napona u funkciji vremena $U_1(t) = U_{01}e^{-t/\tau_1}$ i $U_2(t) = U_{02}e^{-t/\tau_2}$ na osnovu rezultata dobijenih fitovanjem odrediti U_{01} , U_{02} , τ_1 i τ_2 . Obrazložiti postupak pomoću kog su rezultati dobijeni.



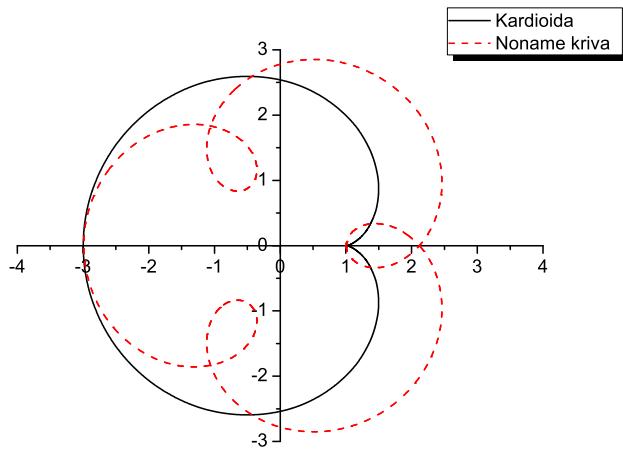
Zadatak 12. Nacrtati grafik zavisnosti ugla otklona matematičkog klatna od vremena. Iz fajla `zad12.txt` učitati podatke (ukupno 4 kolone). Nacrtati grafik prema sledećem uputstvu:

- (1) Prva dva grafika su grupisana, a treći nije.
- (2) Prva dva grafika su tipa *line + symbol*. Svaki jedanaesti simbol se prikazuje. Debljina linije je 1.5pt. Veličinu fonta svih oznaka (brojeva, potpisa ispod grafika i legende) povećati jednom.
- (3) Treći grafik je linija. Debljina linije je 1.5pt.
- (4) Debljina grid linija je 0.5pt.
- (5) Grafik uneti u Word. Formatirati ga tako da tekst ne ide oko njega. Ubaciti potpis ispod grafika.



Zadatak 13.

- (1) U radnoj svesci dodati još 3 kolone.
- (2) U koloni A generisati uniformno brojeve od 0 do 2π sa korakom $2\pi/100$. U narednim kolonama generisati vrednosti funkcija:
$$x_1(t) = 2(\cos t - 0.5 \cos(2t)), \quad y_1(t) = 2(\sin t - 0.5 \sin(2t))$$
$$x_2(t) = 2(\cos t - 0.5 \cos(4t)), \quad y_2(t) = 2(\sin t - 0.5 \sin(4t))$$
- (3) Nacrtati grafik koji se sastoji iz dve krive. Prva kriva se dobija kada je $x_1(t)$ na x osi, a $y_1(t)$ na y osi, a druga kada je $x_2(t)$ na x osi, a $y_2(t)$ na y osi. Podesiti da se tip linije i boja menjaju inkrementalno. Debljina linije je 1.5pt.
- (4) Skalu na x osi podesiti od -4 do 4 a na y osi od -3 do 3. Veličinu fonta svih oznaka povećati jednom. Linija koja povezuje tačke je tipa *b-spline*.



Zadatak 14. Zavisnost neke fizičke veličine y od neke fizičke veličine x je $y(x) = c \exp\left(-\frac{x^2}{b}\right)$. U tablici su dati rezultati merenja.

| x | y_1 | y_2 |
|-----|-------|-------|
| 0 | 2 | 1.5 |
| 0.2 | 1.8 | 1.4 |
| 0.4 | 1.5 | 1 |
| 0.6 | 1.1 | 0.6 |
| 0.8 | 0.7 | 0.3 |
| 1 | 0.4 | 0.1 |

- (1) Grafički predstaviti rezultate merenja.
- (2) Veličina simbola je 12, debljina linije 1.5pt, veličina fonta svih oznaka povećana je jednom.
- (3) Linija koja povezuje tačke je glatka kriva.
- (4) Skala na x osi je od -0.1 do 1.1 a na y osi od 0 do 2.5.
- (5) Dodati još jednu kolonu u worksheetu i izračunati vrednosti za svako merenje. Nacrtati grafik zavisnosti y od x^2 . Podesiti odgovarajuću skalu tako da se linearnim fitovanjem mogu izračunati koeficijenti c i b .
- (6) Izvršiti linearno fitovanje za obe serije merenja i odrediti koeficijente c i b kao i greške za ove koeficijente.
- (7) Grafik srediti kao na slici. Veličina simbola je 12, a debljina linija 1.5pt

