

Glava 6

Kinematika specijalne teorije relativnosti

Kada se pomene reč relativnost većina ljudi ima asocijaciju na Ajnštajna. Manje je poznato da je taj termin zapravo prilično star i da su prve uspešne teorije relativnosti razvili još Galilej i Njutn. Pod relativnošću se zapravo podrazumeva proučavanje toga kako različiti posmatrači (koji se kreću jedni u odnosu na druge) vide isti događaj. Ona relativnost koju je Ajnštajn razvio, manje-više sam, se naziva modernom teorijom relativnosti i može se podeliti na specijalnu i opštu. Specijalna relativnost se odnosi na opisivanje merenja koja vrše posmatrači koji se kreću u različitim **inercijalnim** (neubrzanim) sistemima reference, dok se u okviru opšte teorije relativnosti proučavaju i ubrzano relativno kretanje i gravitacija. Značaj Ajnštajna je u tome što su njegove teorije relativnosti napravile radikalne rezove u predstavama o prostoru i vremenu i dale neka nova i revolucionarna predviđanja. Iako nisu odmah po formulisanju prihvaćene, danas su njegove teorije¹ potvrđene sa velikom preciznošću u velikom broju eksperimenata.

Važno je napomenuti da, klasična fizika i klasična relativnost, iako ne potpuno tačne, predstavljaju veoma dobru aproksimaciju za velika tela koja se kreću sporo. Sa druge strane, primena samo klasične fizike u lansiranju satelita i funkcionisanju na primer modernog sistema za globalno određivanje položaja (GPS sistema) ili konstruisanju nuklearnih elektrana, bi dovela do značajnih grešaka. Kako u klasičnom limesu (tela veća od submikroskopskih

¹Osim Ajnštajnovih, postojale su i alternativne teorije koje su međutim odbačene jer nisu prošle odgovarajuće eksperimentalne testove.

koja se kreću sporije od 1% brzine svetlosti²) Ajnštajnova relativnost daje iste rezultate kao i klasična fizika, može se reći da ona u stvari u sebi sadrži Njutnovu mehaniku kao specijalan slučaj.

6.1 Brzina svetlosti i zakon sabiranja brzina

Krajem 19. veka, zdanje klasične fizike je bilo uglavnom završeno. Dva najvažnija kamena temeljca, Njutnovi zakoni i Maksvelove jednačine, su, kako je izgledalo, bili dovoljno čvrsto postavljeni. I dok je o Njutnovim zakonima, koji počivaju na pojmovima o apsolutnom prostoru i vremenu, kao osnovi klasične mehanike bilo puno reči do sada, napomenimo da Maksvelove jednačine opisuju elektromagnetne pojave uključujući i svetlost. Kad je reč o njoj, ove jednačine predviđaju da se svetlost u vakuumu kreće brzinom $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, što predstavlja jednu od osnovnih konstanti u prirodi, ali ne govore ništa o tome u odnosu na koji sistem reference ona iznosi baš toliko.

Za svetlost se tada sa pozdanošću smatralo da je talas,³ što je bilo dokazano u Jungovom eksperimentu sa difrakcijom svetlosti na dva proreza i u mnogim drugim eksperimentima koji su usledili nakon njega. Do tada je bilo poznato više vrsta talasa, doduše mehaničkih, kojima je za kretanje uvek bio neophodan neki medijum (sredina) koji bi ih prenosio.⁴ Na osnovu toga se smatralo da i za svetlost, budući da je talas, mora da postoji neka sredina koja bi služila za prostiranje svetlosnog talasa sa jednog mesta na drugo, u odnosu na koji bi se svetlost prostirala brzinom c . Ta sredina je dobila naziv *etar*.⁵

Ako već imamo medijum, (koji ne vidimo i ne osećamo) koji prenosi svetlosni talas, prirodno je da se zapitamo kakve bi osobine mogao da ima. Obzirom na to da je brzina mehaničkih talasa data izrazom opšteg oblika

²Termin *brzina svetlosti* treba shvatati u smislu brzine svetlosti (c) u vakuumu, ukoliko nije naglašeno drugačije. Brzina svetlosti u materijalnoj sredini je uvek manja od c i može biti manja čak i od brzine kretanja naelektrisanih čestica u istoj sredini. Pojava kretanja naelektrisanih čestica u materijalnoj sredini brzinom koja je veća od brzine svetlosti u njoj je poznato pod nazivom efekat Čerenkova.

³Time je, izgledalo je, rešena dugogodišnja zagonetka prirode svetlosti. Naime, do tada je preovladavalo mišljenje da Njutново čestično objašnjenje ponašanja svetlosti bolje od Hajgensove ideje da je svetlost talas.

⁴Naime, kroz prazan prostor - vakuum, mehanički talasi ne mogu da se prostiru, jer nema šta da ih prenese (na primer zvuk ne može da se prostire kroz vakuum).

⁵Na osnovu ovog bi moglo da se pomisli da je ideja o postojanju etra stara tek nešto više od 150 godina, međutim to nije tačno jer se jos u antičko vreme smatralo da postoji neka tvar koja prožima sve, ...

$u = \sqrt{E/\rho}$, gdje je E , veličina koja opisuje elastične osobine sredine a ρ njena gustina, pretpostavilo se da i za brzinu svetlosnog talasa važi analogan izraz. Kako je za brzinu svetlosti dobijena mnogo veća vrednost nego što je to kod mehaničkih talasa, nametnuo se zaključak da ta hipotetička sredina, koja prožima sve u kosmosu, mora da bude **izuzetno elastična i jako male gustine**.⁶ Sa druge strane, obzirom da je apsolutno sve uronjeno u nju i da se sva tela kreću kroz etar ne osećajući njegovo postojanje, to je moguće samo ako je trenje između etra i "ostatka" sveta jednako nuli. Drugim rečima, na primer Zemlja kada se kreće kroz etar ne **povlači ga za sobom** zbog ne postojanja trenja.⁷ Drugim rečima ta sredina bi trebalo da apsolutno miruje.

Ukoliko postoji, etar sa takvim osobinama, bi bio jako zgodan i za određivanje nečega što se do tada smatralo nemogućim, a to je **apsolutno kretanje**. Naime, ako je reč o sredini koja miruje, onda bismo mogli da u odnosu na nju posmatramo sva kretanja i da određujemo njihove apsolutne brzine.

Ako smo već zaključili, na bazi analogije sa mehaničkim talasima, da postoji etar kao medijum za njihovo prenošenje i pripisali mu neke osobine koje bi u tom slučaju morao da poseduje, hajde da vidimo do kojih bi još zaključaka mogla da nas dovede dalja primena (u to vreme nesumnjivo tačne) klasične mehanike na kretanje svetlosti.

U osnovi klasične mehanike se nalazi Galilejev princip relativnosti. Naime, kao što je već više puta pomenuto Njutnovi zakoni važe u inercijalnim sistemima reference. Kada je reč o ovakvim sistemima reference, podsetimo se da, prema ovom principu, ne postoje nijedan od njih koji bi po nečemu bio privilegovan u odnosu na druge - drugim rečima svi su ravnopravni. Direktna posledica ove činjenice je da će rezultat bilo kog mehaničkog eksperimenta biti jednak u svim takvim sistemima.⁸ Drugim rečima, kao što je to analizirano u drugoj glavi ove knjige **zakoni mehanike su isti u svim inercijalnim sistemima reference**.

Prirodno je postaviti pitanje da li je moguće primeniti Galilejev princip

⁶Iz ovakvog razmatranja je bilo jasno da sredina sa ovakvim osobinama, ako stvarno postoji, mora da izgleda veoma čudno, najčudnije od svih do tada poznatih. Naime, najelastičnije sredine su sredine koje možemo da smatramo praktično idealnim krutim telom. Dakle, ta hipotetička sredina u kojoj se nalazi sve i kroz koju se sve kreće bi morala da bude neka vrsta krutog tela!?

⁷Slično kretanju lopte kroz idealan fluid - fluid bez unutrašnjeg trenja.

⁸Primer koji se najčešće navodi je izvođenje mehaničkih eksperimenata u vozu koji se kreće uniformno pravolinijski u odnosu na Zemlju i u vozu koji se ne kreće u odnosu na nju.

relativnosti na pojave koje nisu mehaničke, recimo na svetlost.

U tom smislu moramo da se zapitamo u odnosu na koji sistem reference svetlost ima brzinu c ? Naime, besmisleno je govoriti o brzini nečega a ne reći u odnosu na šta se taj objekat kreće tom brzinom.⁹

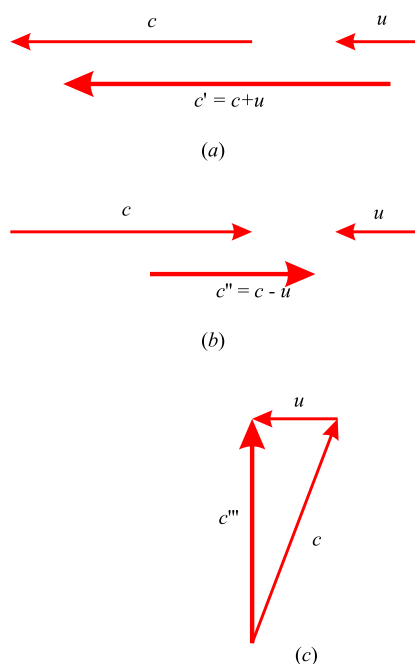
Polazeći od klasičnog zakona sabiranja brzina, koji je posledica Galilejevog principa relativnosti, dolazi se do zaključka da u različitim sistemima reference i brzina svetlosti mora da ima različitu vrednost. Drugim rečima, izmerena vrednost za brzinu svetlosti c mora da se odnosi na jedan sistem reference koji bi bio vezan za etar i koji bi prema tome mirovao. Ukoliko bi se posmatrač, u odnosu na taj sistem kretao nekom brzinom u u pravcu kretanja svetlosti, onda bi za njega brzina svetlosti morala da bude različita od c , odnosno iznosila bi $c \pm u$, u zavisnosti od toga da li se on kreće ka izvoru svetlosti ili od njega.

Sve negde do pred kraj 19. veka, merna aparatura kojom su raspolagale laboratorije nije bila dovoljno precizna da bi mogla da izmeri malu razliku između c i $c \pm u$, a i metodologija koja se zasnivala na kretanju aparature u laboratoriji nije puno obećavala. Međutim 1880. godine se došlo na ideju da se u ovu svrhu iskoristi kretanja Zemlje pri rotaciji oko Sunca koje se odvija brzinom od oko $u = 3 \cdot 10^4$ m/s i da se zapravo za Zemlju veže taj pokretni referentni sistem iz koga bi se merila razlika u brzini svetlosti. Situacija u kojoj se na primer Zemlja kreće u susret svetlosti brzinom u ćemo u tom smislu smatrati, na bazi klasičnog zakona slaganja brzina, ekvivalentnom situaciji u kojoj je Zemlja nepokretna a svetlost se ka njoj kreće brzinom $c+u$.¹⁰ Odredjivanje brzine svetlosti u tim uslovima je identično odredjivanju brzine aviona koga nosi vazдушna struja, odnosno vetar. Na taj način, u ovom slučaju možemo situaciju da predstavimo analognom situaciji u kojoj je Zemlja (i aparatura koja se nalazi na njoj) statična a da se etar kreće ka njoj ili od nje (zavisno od doba godine kada strujanje etra promeni smer).

Dalja merenja su se, prema tome, svodila na odredjivanja brzine vetra kojim etar "duva" u Zemlju prilikom njenog kretanja kroz njega brzinom u . U tom slučaju, izmerena brzina svetlosti će imati maksimum $c' = c + u$, kada se svetlost kreće "niz vetar" (slika 6.1), biće minimalna $c'' = c - u$ kada se svetlost kreće "uz vetar", a imaće neku vrednost $c''' = \sqrt{c^2 - u^2}$, koja je između ove dve, kada se meri u smeru normalnom na "vetar".

⁹Ovo su činjenice na koje se već na prvim časovima o kretanju ukazuje učenicima.

¹⁰Brzina u bi bila relativna brzina etra u odnosu na Zemlju, koji "nosi" i svetlost koja se (u odnosu na njega) kreće brzinom c u odnosu na njega.



Slika 6.1: Razlika u brzini svetlosti u zavisnosti od načina kretanja "vetra".

Ukoliko se pretpostavi da Sunce miruje u odnosu na etar, brzina strujanja etra koji je ekvivalentan kretanju Zemlje oko Sunca će biti upravo jednaka orbitalnoj brzini Zemlje, odnosno oko $3 \cdot 10^4$ m/s. Kako je $c = 10^8$ m/s, očekivalo se da odstupanja od brzine svetlosti koja su u ovom slučaju reda veličine $u/c = 10^{-4}$, mogu da se registruju prilikom merenja "uz vetar" i "niz vetar". Merenja su vršena Majkelsonovim interferometrom koji je imao mogućnost da izvrši merenje potrebne tačnosti, međjutim, svi pokušaji da se odredi ovaj uticaj na brzinu svetlosti (a time i pokaže postojanje apsolutnog referentnog sistema vezanog za etar) su bili neuspešni.

Negativan rezultat je ukazivao na moguću teorijsku kontradikciju između Maksvelove elektrodinamike i Njutnove mehanike. Zaključci koji slede iz ovih razmatranja su da

- ili osnovni zakoni elektromagnetizma nisu isti u svim intercijalnim sistemima reference,
- ili Galilejev zakon sabiranja brzina nije tačan.

Ukoliko je prvi zaključak tačan, morao bi da postoji jedan sistem reference u kojem je brzina svetlosti c a brzine svetlosti koje mere posmatrači koji se nalaze u drugim inercijalnim sistemima moraju onda da bude veće ili manja od ove, u zavisnosti od relativnog kretanja sistema (u skladu sa Galilejevim transformacijama). Ukoliko je tačan drugi zaključak, morale bi da se razmotre predstave o apsolutnom prostoru i vremenu koje predstavljaju osnovu klasične mehanike.

6.2 Majkelson-Morlijev eksperiment

Najpoznatiji eksperiment¹¹ koji je osmišljen da izmeri očekivanu malu promenu u brzini svetlosti, prvi put je izveo jedan drugi Albert, Albert Majkelson 1881. godine.¹²

Eksperiment je dizajniran tako da se u njemu meri efekat kretanja Zemlje u odnosu na hipotetički etar. Uredjaj koji je u tu svrhu iskorišćen je Majkelsonov interferometar (slika 6.2). U njemu, snop svetlost koji emituje neki svetlosni izvor nailazi na polupropustljivo ogledalo O , koje je postavljeno pod uglom od 45° u odnosu na pravac prostiranja snopa. Polupropustljivo ogledalo ima za zadatak da upadni snop svetlosti pocepa na dva koji će se nadalje kretati različitim pravcima. Jedan snop nastavlja da se kreće u istom pravcu i smeru, odnosno ka ogledalu O_2 a drugi se reflektuje i kreće se dalje ka ogledalu O_1 . Recimo da je krak 2 interferometra u početku bio postavljen u pravcu kretanja Zemlje po orbiti. Kao što je već rečeno, kretanje Zemlje kroz etar brzinom u je ekvivalentno strujanju etra prema Zemlji brzinom istog intenziteta ali suprotnog smera. Strujanje etra u smeru suprotnom od realnog kretanja Zemlje, dovodi do toga da će brzina svetlosti u sistemu reference vezanom za Zemlju biti $c - u$ kada se svetlost kreće ka ogledalu O_2 a $c + u$ nakon refleksije o njega.¹³

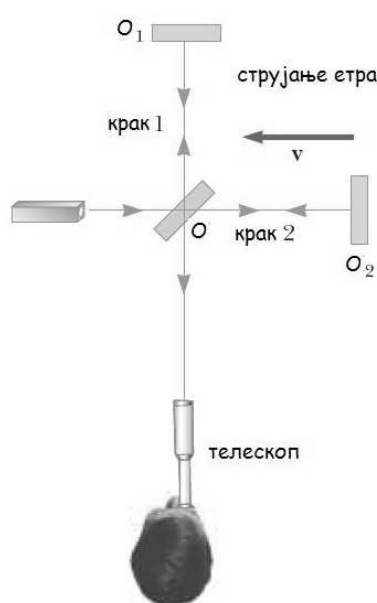
Dva svetlosna snopa, odbijena od ogledala O_1 i O_2 kada se sretnu interferiraju i daju sliku koja se sastoji od niza naizmeničnih tamnih i svetlih

¹¹Osim ovog eksperimenta postavljen je niz drugih koji su imali isti cilj. Samo neki od fizičara koji su se bavili ovim problemom su Fizeau (1860.), Mascart (1872.), Lord Rayleigh (1902). Njihovi eksperimenti su imali za cilj da izmere promene u indeksu prelamanja dielektrika izazvano zemljinim kretanjem kroz etar. Troud i Noble (1903.) su pokušali da odrede promenu u nalektrisanju ploča kondenzatora usled kretanja kroz etar.

¹²Eksperiment je kasnije ponovio više puta u saradnji sa Edvardom Morlijem pa je zato u nauci poznat pod nazivom Majkelsono-Morlijev eksperiment.

¹³Podsetimo se da je c brzina svetlosti u sistemu reference vezanom za etar.

traka. Interferenciona slika je takodje posmatrana i kada je interferometar zarotiran za 90° . Rotacija je trebalo da izmeni interferencionu sliku za mali ali merljivi iznos jer je usled rotacije promenjena brzina strujanja etra duž kraka interferometra. Merenja su medjitim pokazala da nema nikakve promene u interferencionoju slici. Eksperiment je ponavljan više puta tokom kalendarske godine jer se očekivalo da je promenjen i smer a i intenzitet brzine strujanja etra oko Zemlje ali je rezultat uvek bio isti: **nije primećena promena interferencione slike koja bi po veličini odgovarala teorijskim predviđanjima.**



Slika 6.2: Majkelson-Morlijev interferometar.

Negativan rezultat Majkelson-Morlijevog eksperimenta nije kontradiktoran samo hipotezi o postojanju etra, već je pokazao da je nemoguće odrediti brzinu apsolutnog kretanja Zemlje u odnosu na etar kao referentno telo.¹⁴ U narednim godinama, u stepenu kako je upoznavana prava priroda svetlosti, se pokazalo da se ideja etra kao prenosioca svetlosnih talas stvarno može odbaciti. Danas se svetlost smatra elektromagnetnim talasom kome za prostiranje

¹⁴Kao što ćemo videti u narednim poglavljima, Ajnštajn je uveo jedan postulat koji potpuno drugačije interpretira negativan rezultat ovog eksperimenta, zadirući zapravo u njegovu teorijsku postavku.

nije potreban medijum prenosnik.¹⁵

Razmotrimo postavku Majkelson Morlijevog eksperimenta. Pretpostavimo da oba kraka interferometra imaju istu dužinu L . Kao što je već naglašeno, pod pretpostavkom da postoji strujanje etra, brzina svetlosti duž kraka 2 interferometra je $c - u$, kada se svetlost približava ogledalu O_2 , a $c + u$ nakon reflektovanja svetlosti o ogledalo. Na taj način, vreme potrebno svetlosti da predje put L , krećući se ka ogledalu iznosi $L/(c - u)$, a od ogledala $L/(c + u)$. Ukupno vreme potrebno svetlosti da ode do ogledala i vrati se, prema tome je

$$t_1 = \frac{L}{c + u} + \frac{L}{c - u} = \frac{2Lc}{c^2 - u^2} = \frac{\frac{2L}{c}}{1 - \frac{u^2}{c^2}}. \quad (6.1)$$

Razmotrimo sada kretanje svetlosnog snopa duž kraka 1, koji se nalazi pod pravim uglom u odnosu na strujanje etra. Kako je brzina svetlosti u odnosu na Zemlju u tom slučaju $\sqrt{c^2 - u^2}$, vreme potrebno svetlosti da ode do ogledala O_1 je $L/\sqrt{c^2 - u^2}$. Vreme potrebno da se vrati nazad je jednako, pa je ukupno vreme za putovanje svetlosti u pravcu kraka 1

$$t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{\frac{2L}{c}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}. \quad (6.2)$$

Razlika ova dva vremena je

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2L}{c} \left[\frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]. \quad (6.3)$$

Kako je $u^2/c^2 \ll 1$, prethodni izraz može da se uprosti razvojem binoma, uz zanemarivanje članova drugog i višeg reda,

$$(1 - x)^n \approx 1 - nx, \quad x \ll 1. \quad (6.4)$$

Kako je $x = u^2/c^2$, n je u prvom slučaju -1 a u drugom $-\frac{1}{2}$, pa se za razliku vremena dobija

$$\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{Lu^2}{c^3}. \quad (6.5)$$

Ova razlika u vremenima koja su potrebna zracima da dodju na zaklon, izaziva njihovu faznu razliku odnosno ima za posledicu stvaranje interferencione slike na njemu. Kada se interferometar zarotira za 90° , zraci zamenjuju

¹⁵Posledica toga je da je etar čiji je jedini razlog postojanja bio da prenosi svetlost, postao nepotreban.

mesta pa će doći do promene u interferencionoju slici. To će rezultirati duplo većom vremenskom razlikom ova dva zraka od one date relacijom (6.5). Usled toga će razlika puteva koje su prešli zraci biti

$$\Delta d = c(2\Delta t) = \frac{2Lu^2}{c^2}. \quad (6.6)$$

Promena u putu za jednu talasnu dužinu dovodi do pomeranja u interferencionoju slici za jednu svetlu traku. Na taj način pomeranje interferencione slike zavisi od odnosa putne razlike i i talasne dužine svetlosti

$$S = \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2Lu^2}{\lambda c^2}. \quad (6.7)$$

U eksperimentima koje su vršili Majkelson i Morli, svaki zrak je bio reflektovan više puta o ogledalo tako da je efektivno prelazio put od 11 metara. Na taj način će razlika u putevima između zraka biti

$$\Delta d = \frac{2 \cdot 11 \text{ m} (3 \cdot 10^4 \text{ m/s})^2}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}. \quad (6.8)$$

Ta putna razlika je trebalo da prouzrokuje merljivi pomeraj u interferencionoju slici. Ukoliko se u eksperimentu koristi svetlost talasne dužine 500 nm, predviđeni pomeraj u interferencionoju slici je

$$S = \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{5,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx 0,44. \quad (6.9)$$

Uređaj koji su koristili u eksperimentu Majkelson i Morli je mogao da detektuje pomeraj u interferencionoju slici reda veličine 0,01. Međutim, na njihovo iznenađenje, nije primećena nikakva promena. Nakon toga, eksperiment je ponovljen mnogo puta, od strane mnogih naučnika i pod različitim uslovima, ali nikakvo pomeranje nije uočeno. Nužno je sledio zaključak da kretanje Zemlje u odnosu na etar ne može biti registrovano.

Mnogo truda je uloženo da se objasni negativan rezultat ovog eksperimenta tako da se sačuva koncept etra i Galilejev zakon sabiranja brzina. Veoma brzo se međutim pokazivalo da su svi ti pokušaji bili pogrešni.

I tako je bilo sve do 1905. godine, kada je Ajnštajn objavio svoj prvi rad o specijalnoj relativnosti u kome je pošavši od radikalno novih ideja pokazao da postojanje etra zapravo nije neophodno. U ovom radu je, analizirajući Maksvelove jednačine, činjenicu da one za brzinu svetlosti predviđaju c , proglasio postulatom svoje specijalne teorije relativnosti.¹⁶

¹⁶Interesantno je istaći da je Ajštajn o relativnosti ozbiljno razmišljao od svoje 16.

6.3 Ajnštajnov princip relativnosti

Ajnštajn je zapravo, razmišljajući o tome da se svetlost (u vakuumu) kreće uvek brzinom c , zaključio da postoji kontradikcija između tog predviđanja i Njutnove mehanike, u kojoj se brzine sabiraju kao vektori. Ako je ovo primenljivo i za elektromagnetne talase, onda bi dva posmatrača koja se kreću raznim brzinama registrovali različite brzine kretanja svetlosti.¹⁷

Deo Njutnove mehanike i klasične relativnosti u ovim radovima ipak nije doveden u sumnju. Naime, jasno je da se sve brzine mere u odnosu na neki sistem reference. Najprostiji sistemi reference su oni koji se ne kreću ubrzano i koji ne rotiraju. Njutnov prvi zakon (zakon inercije) važi u takvim sistemima, koji se prema tome nazivaju **inercijalni sistemi reference**. Posmatrano iz njih, tela koja miruju ostaju u stanju mirovanja, a ona koja se kreću konstantnim brzinama po pravoj liniji nastavljaju da se tako kreću sve dok na njih ne deluju spoljašnje sile.

Štaviše zakoni fizike imaju najprostiju formu u inercijalnim sistemima reference. Na primer, sistem reference koji je vezan za Zemlju je samo približno inercijalan. Obzirom da se Zemlja ne kreće uniformno i pravolinijski, može da se primeti da u njoj postoji dodatna sila¹⁸ (Koriolisova), koja komplikuje

godine a da ju je formulisao u periodu svog života kada je bio zaposljen kao službenik nižeg ranga u jednom patentnom biou u Bernu u Švajcarskoj. Što je još interesantnije on je iste godine objavio još četiri rada. Osim relativnosti u njima je bilo reči o još dve značajne teme - o Braunovom kretanju (rad koji spada u najcitiranije u istoriji moderne fizike) koji je ukazivao na to kako u eksperimentima može biti određena veličina atoma, a druga tema se ticala objašnjena fotoefekta. Objašnjenje koje je on ponudio je bitno uticalo na zasnivanje kvantne mehanike. Za ovaj rad, Ajnštajn je 1921. godine dobio Nobelovu nagradu.

¹⁷U stvari, on je pokušao da shvati kako bi svetlosni talas izgledao nekome ko se kreće istom brzinom kao i sam talas. Ako bi takvo kretanje bilo moguće, ovaj talas (koji predstavlja spregnuto oscilovanje električnog i magnetnog polja pod pravim uglom u odnosu na pravac prostiranja talasa) bi bio stacionaran (nepromenljiv u vremenu) za posmatrača, sa električnim i magnetnim poljem čiji bi intenziteti imali različite vrednosti na različitim udaljenostima od njega pri čemu se one ne bi menjale sa vremenom. Ajnštajn je međutim znao da tako nešto Maksvelova elektrodinamika ne predviđa. Zaključio je da su ili Maksvelove jednačine pogrešne, ili da je nemoguće kretati se brzinom svetlosti. Ukoliko su jednačine ipak tačne jasno je da to ukazuje na nemogućnost kretanja brzinom c sa jedne strane, a sa druge da je brzina svetlosti u vakuumu jednaka za sve posmatrače. Kao posledica toga se odmah nameće zaključak da za svetlost u tom slučaju ne važi klasičan zakon sabiranja brzina.

¹⁸U tom slučaju naime, ukupna sila koja deluje na telo nije jednaka proizvodu mase tela m i ubrzanja \vec{a} već se mora dodati još jedan sabirak što komplikuje opsivanje kretanja

opisivanje kretanja tela u odnosu na Zemlju.¹⁹ I što je još važnije, zakoni fizike imaju isti oblik u svim inercijalnim sistemima reference, jer ne postoji ni jedan koji bi bio po bilo čemu privilegovan.

Ajnštajnova specijalna teorija relativnosti počiva na dva postulata

1. **Princip relativnosti:** Zakoni fizike imaju isti oblik u svim inercijalnim sistemima reference.
2. **Princip konstantnosti brzine svetlosti:** Svetlost se kroz vakuum kreće brzinom $c = 3 \cdot 10^8$ m/s koja je ista u svim inercijalnim sistemima reference, nezavisno od relativne brzine izvora svetlosti i posmatrača.

Prvi postulat predstavlja tvrdjenje da su **svi** zakoni fizike (iz oblasti mehanike, elektriciteta, optike, magnetizma, termodinamike, ...) isti u svim referentnim sistemima koji se, jedni u odnosu na druge, kreću konstantnim relativnim brzinama. Ovaj postulat je generalizacija Galilejevog principa relativnosti koji se odnosi samo na mehaničke pojave.

Sa eksperimentalne tačke gledišta, Ajnštajnov princip relativnosti kazuje, da svi eksperimenti (na primer merenje brzine svetlosti) izvršeni u laboratoriji koja je u stanju mirovanja, mora da daju iste rezultati i kada se izvrše u laboratoriji koja se kreće konstantnom brzinom u odnosu na onu koja miruje. Drugim rečima nema privilegovanih sistema, te prema tome nije moguće definisati apsolutno kretanje.

Drugi postulat je u odredjenom smislu povezan sa prvim. Naime, ako brzina svetlosti²⁰ ne bi bila ista u svim sistemima reference, njeno merenje bi moglo da se iskoristi za pravljenje razlika izmedju sistema, odnosno ne bi bili svi ravnopravni, što je u kontradikciji sa prvim postulatom.

Istaknimo još i to da je postojanje maksimalne brzine prostiranja interakcije (ili signala) u tesnoj vezi sa problemom istovremenosti događaja za posmatrača u različitim sistemima reference, što je direktno povezano sa pitanjem da li je proticanje vremena isto u svim inercijalnim sistemima.

Iako je Majkelson-Morlijev eksperiment izvršen pre nego što je Ajnštajn publikovao svoj rad o relativnosti, nije potpuno jasno da li je bio upoznat sa detaljima eksperimenta. Medjutim, u skladu sa postulatima specijalne

posmatranog tela.

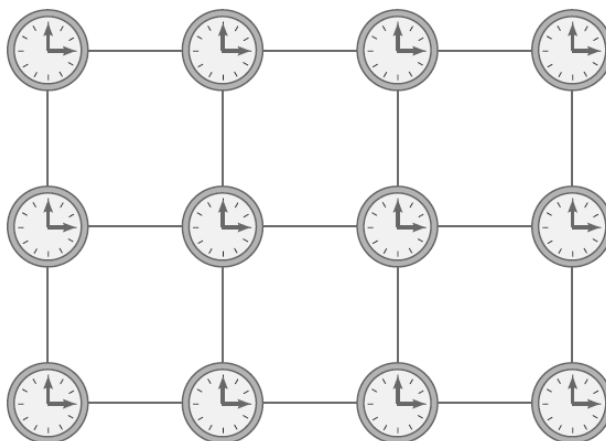
¹⁹Ova sila izmedju ostalog izaziva i dodatnu rotaciju orkanskih vetrova, ...

²⁰Takodje treba istaknuti da je brzina svetlosti u vakuumu maksimalna brzina kojom se može preneti interakcija.

teorije relativnosti, jasno je da je osnovna premisa eksperimenta (bazirana na klasičnom zakonu sabiranja brzina i na koncepciji apsolutnog prostora i vremena) pogrešna pa je tako i negativan rezultat eksperimenta logičan.

6.4 Posledice specijalne teorije relativnosti

Pre upuštanja u posledice Ajnštajnovih postulata, razmotrimo na koji način posmatrač koji se nalazi u nekom sistemu reference opisuje događaj. Svaki događaj je, u datom referentnom sistemu S određen trima prostornim (x, y, z) i jednom vremenskom koordinatom t .²¹ Jasno je da različiti posmatrači, iz svojih sistema reference opisuju iste događaje različitim koordinatama. Sistem reference iz koga opisujemo događaje se u principu sastoji od koordinatne mreže i skupa časovnika koji se nalaze u tačkama preseka mreže, kao što je pokazano na slici 6.3 u dve dimenzije.



Slika 6.3: Koordinatna mreža sa sinhronizovanim satovima.

Kako u datom sistemu reference ima više časovnika, oni moraju biti sinhronizovani.²² To se može uraditi uz pomoć svetlosnih signala na sledeći način. Pretpostavimo da se u tački koja predstavlja koordinatni početak nalazi posmatrač sa glavnim satom i da je kada je na njegovom satu bilo

²¹Naime, za svaki događaj, kao i u svakodnevnom životu, moramo da znamo gde se desio i kada je to bilo.

²²Da bi imalo smisla da služe za očitavanje vremena.

$t = 0$ s poslao svetlosni puls. Pulsu je potrebno vreme r/c da dodje do sata koji je na rastojanju r od koordinatnog početka. Prema tome, taj sat je sinhronizovan sa glavnim samo ukoliko pokaže r/c u trenutku kada puls stigne do njega. Ovakva procedura sinhronizacije²³ podrazumeva naravno činjenicu da se svetlost kreće jednakom brzinom u svim pravcima i u svim sistemima reference. Posmatrač koji se nalazi u jednom sistemu reference S će neki događaj okarakterisati skupom prostorno vremenskih koordinata (x, y, z, t) koji odgovaraju njegovoj koordinatnoj mreži i satovima koji su sinhronizovani u njoj. Drugi posmatrač, koji se nalazi u nekom drugom sistemu reference S' će istom događaju pripisati druge prostorne vremenske koordinate (x', y', z', t') .

6.4.1 Istovremenost u Ajnštajnovoj relativnosti

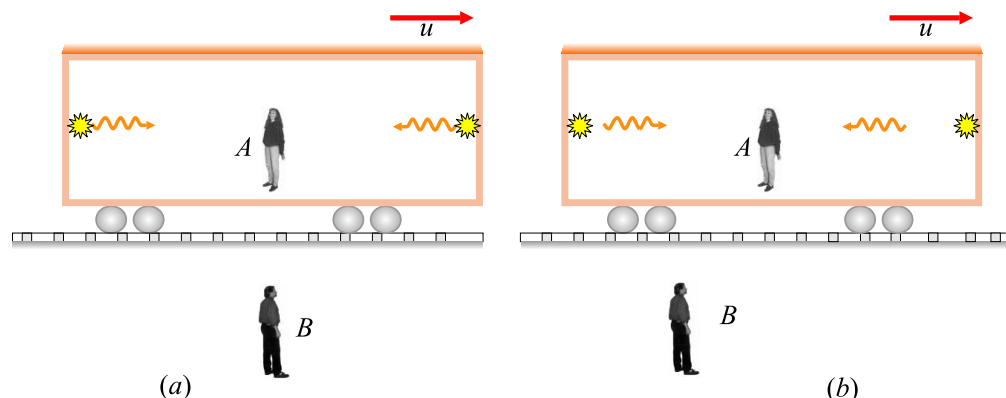
Jedna od osnovnih premisa Njutnove mehanike je da postoji univerzalna vremenska skala koja je ista za sve posmatrača. Iz toga sledi da ako su u jednom sistemu reference dva događaja istovremena, onda su oni istovremeni u svim sistemima reference koji se u odnosu na njega kreću (ma koliko velikom), konstantnom brzinom. Međutim, ukoliko važe Ajnštajnovi postulati, *dva događaja koja su istovremena u jednom sistemu reference nisu istovremena u drugom.*

Pretpostavimo da želimo da izmerimo vremenski interval izedju dva bljeska svetlosti proizvedena blic lampama koje se nalaze na krajevima vagona (slika 6.4).

Posmatrač A se nalazi tačno na sredini vagona, to jest podjednako udaljen od obe lampe, a vagon se kreće konstantnom brzinom u u odnosu na posmatrača B . Blic lampe emituju svetlost u trenutku kada posmatrač A prolazi kraj posmatrača B , odnosno u trenutku kada su obojica podjednako udaljena od krajeva vagona. Pretpostavimo da posmatrač B svojim satom meri vreme dolaska signala do njega. U skladu sa drugim postulatom, u odnosu na njega, svetlost prelazi jednaka rastojanja jednakom brzinom²⁴ i on će zaključiti da su događaji emitovanja svetlosti istovremeni.

²³Važno je takodje istaći da ovakav način sinhronizacije časovnika ima za posledicu da su ispunjena dva uslova: (a) *uslov simetrije* - ako je časovnik koji se nalazi u tački A sinhron sa časovnikom koji se nalazi u tački B , onda je i časovnik B sinhron sa časovnikom u A , (b) *uslov tranzitivnosti* - ako je časovniku u A sinhron sa časovnikom u B , a časovnik u B sa časovnikom u C , tada je i časovnik u A sinhron sa časovnikom koji se nalazi u tački C .

²⁴Na brzinu svetlosti prema ovom postulatu ne utiče kretanje izvora koji ju je emitovao.



Slika 6.4:

Razmzotrimo sada šta se sa njegovog stanovišta dešava u sistemu reference u kome se nalazi posmatrač A . Analizirajući način kretanja vagona, obzirom da se posmatrač A kreće na desno (ka jednoj lampi), time smanjuje rastojanje koje svetlost treba da predje da bi došla do njega. Kako se svetlost kreće brzinom c u odnosu na oba posmatrača, ali posmatrač B ostaje na jednakom rastojanju iza tačaka iz kojih su emitovani svetlosni pulsevi, dok se A približava desnoj tački, zaključuje da će postojati razlika u vremenu pristizanja bljeskova svetlosti do posmatrača A .²⁵

Na osnovu izvršene analize nameće se zaključak da *istovremenost ima relativan karakter*, odnosno da *u raznim inercijalnim sistemima vreme teče različito*.

Primetimo da su u analizi korišćena samo dva principa: smatralo se da se oba sistema reference ravnopravna (princip relativnosti) i da se svetlost u svim pravcima kreće istom brzinom (princip konstantnosti brzine svetlosti).

Neko bi mogao da se zapita a da li su *stvarno* pomenuti događaji istovre-

²⁵To narušenje istovremenosti pomenuta dva događaja je vezano za to kako ih vidi posmatrač B . Gledano sa stanovišta posmatrača A događaji su za njega takodje istovremeni, što je u skladu sa postulatima Ajnštajnovе teorije relativnosti. Ukoliko bi na primer on registrovao da su ovi događaji neistovremeni, mogao bi na osnovu toga da zaključi da li se njegov sistem kreće ili ne, a prvi postulat upravo to zabranjuje - egzistenciju fizičkog ogleda koji bi po nečemu omogućio da se odredi karakter kretanja inercijalnog sistema reference. U ovome nema nikakve kontradikcije jer se radi o uporedjivanju intervala vremena između događaja koji se desio u **istoj tački prostora**, npr u tački prostora u kojoj se nalazi posmatrač A . U nju sa stanovišta njega signali stižu istovremeno, dok za posmatrača u odnosu na koga se on kreće to više nije tako.

meni ili ne, međutim to pitanje nema smisla. Razlog je što odgovarati šta se *u stvari* dešava, značilo bi da je izabran neki sistem reference koji je po nečemu privilegovan u odnosu na druge.

Stožer relativnosti (i Galilej-Njutnove i Ajnštajnovne) je da *bilo koji sistem reference može da se koristi za opisivanje dogđjaja*. Kao što je već više puta rečeno, **ne postoje privilegovani sistemi reference**.

Činjenica da posmatrači koji se nalaze u različitim referentnim sistemima, svojim časovnicima i lenjirima mere različite vremenske intervale i dužine nije u suprotnosti sa tvrdjenjem o ravnopravnosti sistema reference. Ravnopravnost se svodi zapravo na to da svi posmatrači moraju da se saglase oko forme osnovnih zakona fizike koja mora biti ista za sve posmatrače koji se kreću uniformno. Na primer, relacija $d\vec{p}/dt = \vec{F}$ u sistemu S mora da ima istu formu $d\vec{p}'/dt' = \vec{F}'$ u sistemu S' koji se kreće uniformno u odnosu na sistem S .²⁶

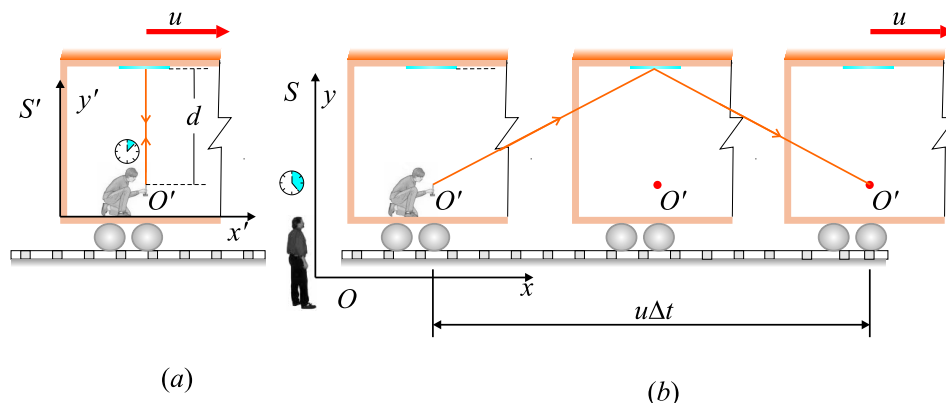
6.4.2 Dilatacija vremena

Razmatranje merenja intervala vremena i problema istovremenosti dovodi do jednog veoma važnog relativističkog efekta koji se naziva dilatacija vremena. On se ispoljava u različitim rezultatima merenja intervala vremena između dogđjaja, od strane dva posmatrača koji se kreću jedan u odnosu na drugoga uniformno.

Proanalizirajmo vremenske intervale između dva dogđjaja merena u "pokretnom" S' i "nepokretnom" sistemu reference S ²⁷ na primeru merenja vremena potrebnog svetlosnom pulsu da predje određeno rastojanje (slika 6.5). Neka je ogledalo je fiksirano za plafon vagona a posmatrač koji je u stanju mirovanja u odnosu na vagon drži laser na udaljenosti d od ogledala. U nekom trenutku, laser emituje svetlosni puls usmeren ka ogledalu (dogđjaj 1), koji se nakon nekog vremena, merenog u tom sistemu, vraća ka laseru. Neka je na satu u S' za interval vremena između ta dva dogđjaja

²⁶Ovo je činjenica koja je takodje isticana prilikom analize Galilejevog principa relativnosti. Razlika je u tome što se sada tvrdi da ta činjenica važi i za velike brzine kretanja i za sve fundamentalne (ne samo mehaničke) fizičke zakone. U tom smislu i Maksimalne jednačine, kao osnova klasične elektrodinamike, moraju imati isti oblik u svim inercijalnim sistemima reference.

²⁷Napomenimo da ni jedan od posmatrača ne zna (nema način da utvrdi) da li se kreće ili ne. Tačnije, svako od njih je u stanju mirovanja u sopstvenom sistemu reference. Iz toga razloga su i sistemi nazvani "pokretni" i "nepokretni".



Slika 6.5: (a) Ogljedalo fiksirano za plafon vagona i svetlosni signal koji šalje posmatrač koji miruje u odnosu na vagon. (b) U odnosu na stacionarnog posmatrača O koji se nalazi pored pruge, vagon se kreće brzinom u .

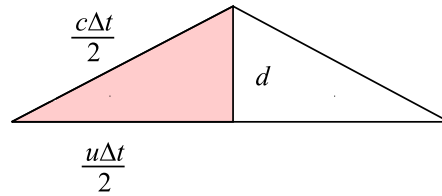
izmereno vreme $\Delta t'$. Kako se svetlosni puls kreće brzinom c i prelazi put $2d$ (ka ogledalu i nazad), ovaj interval vremena je

$$\Delta t' = \frac{2d}{c}. \quad (6.10)$$

Podsetimo se da je za njegovo merenje (u sistemu S') dovoljan jedan sat, koji se nalazi na mestu sa koga je emitovan i na koje se potom vraća svetlosni puls.

Razmotrimo sada kako isti par događaja izgleda posmatraču iz sistema S (slika 6.5 (b)). Za posmatrača koji se nalazi u tom sistemu, ogledalo i laser se kreću na desno brzinom u usled čega niz ova dva događaja za njega izgleda drugačije. Dok svetlost stigne do ogledala, ono se pomeri na desno na rastojanje $u\Delta t/2$, gde je Δt vreme potrebno svetlosnom puls da polazeći iz tačke O' nakon odbijanja od ogledala ponovo dodje u nju, ali mereno iz sistema S u odnosu na koji se vagon kreće uniformno brzinom u . Obzirom na ovakvo kretanje vagona i ogledala, on zaključuje da će svetlosni puls doći do ogledala jedino ukoliko napusti laser pod nekim uglom u odnosu na vertikalu. Upoređivanjem situacija (a) i (b) na pomenutoj slici, vidi se da gledano iz njegovog sistema reference svetlost mora da pređe **veći put** da bi došla nazad do lasera.

U skladu sa postulatima o konstantnosti brzine svetlosti, za oba posmatrača se ona kreće jednakom brzinom c . Kako mereno iz sistema S , svetlost



Slika 6.6:

prelazi veći put, interval vremena Δt , izmeren između događaja 1 i 2 je veći od intervala vremena $\Delta t'$ koji je izmerio posmatrač koji se nalazi u sistemu S' . Da bi dobili vezu ova dva intervala zgodno je iskoristiti pravougli trougao prikazan na slici 6.6. Primenom Pitagorine teoreme

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2 + d^2. \quad (6.11)$$

za Δt se dobija

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad (6.12)$$

odnosno, uz korišćenje (6.10)

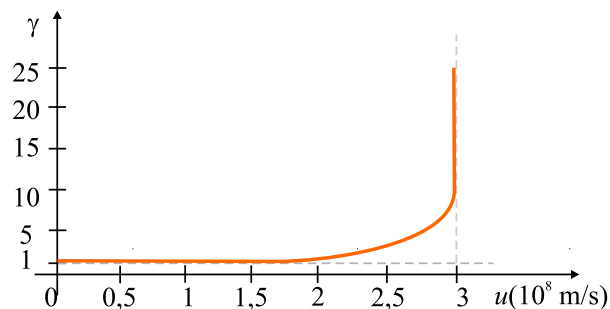
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t', \quad (6.13)$$

gde je

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}. \quad (6.14)$$

Kako je faktor γ uvek veći od jedinice, ovaj rezultat pokazuje da je vremenski interval Δt , izmeren od strane posmatrača u odnosu na koji se uređaj koji je ispuštao svetlosne signale kretao, veći od vremenskog intervala $\Delta t'$ izmerenog u sistemu reference vezanom za uređaj. Kako posmatrač u odnosu na kojeg se uređaj kreće meri veći vremenski interval, efekat je nazvan **dilatacija vremena**. Drugim rečima vreme u pokretnim sistemima teče sporije jer svi časovnici, uključujući i biološke, pokazuju kraće vremenske intervale.

Vremenski interval $\Delta t'$ meren u sistemu S' koji se kreće zajedno sa instrumentom koji je korišćen za merenje, se naziva sopstvenim vremenskim intervalom i često označava sa Δt_0 jer je mereno u sistemu reference u kome se posmatrano telo-instrument ne kreće. U suštini **sopstveno vreme je**



Slika 6.7: Grafik zavisnosti γ od brzine kretanja tela v . Sa približavanjem brzine tela brzini svetlosti, faktor γ rapidno raste.

vremenski interval izmedju dva dogadjaja meren od strane posmatrača za koga se oni dešavaju na istom mestu u prostoru. U tom smislu se sopstveno vreme uvek može meriti jednim satom koji miruje u odnosu na referentni sistem u kojem se dešavaju dogadjaji. Ukoliko se taj posmatrani sat kreće u odnosu na nas (a mi se nalazimo u sistemu S), on počinje da zaostaje (kuca sporije) za sinhronizovanim satovima koji se nalaze u čvorovima koordinatne mreže našeg inercijalnog sistema S . Stepen zaostajanja je određen faktorom γ u skladu sa jednačinom (6.14). Iz svega iznetog je jasno da je ovakav zaključak tačan za mehaničke časovnike, međjutim on se može generalizovati i na sve fizičke procese (uključujući hemijske i biološke) koji postaju usporeni u odnosu na njihovo trajanje u "nepokretnom" sistemu reference S . Na primer, otkucaju srca astronauta koji putuje brodom kroz vasionu će biti uskladjeni sa radom odgovarajućeg časovnika koji se nalazi u njegovom sistemu reference. I otkucaji srca i taj časovnik će biti usporeni²⁸ u odnosu na "nepokretn" sat koji se nalazi na Zemlji.²⁹

²⁸Astronaut ipak neće ni na koji način moći da oseti efekte tog usporavanja sve dok se nalazi u sopstvenom inercijalnom sistemu (princip relativnosti).

²⁹Dilatacija vremena je fenomen koji može da se verifikuje i pri relativno malim brzinama ukoliko se vreme meri izuzetno preciznim časovnikom. U radu koji su u časopisu Science, 1972. godine objavila dva američka fizičara Joseph C. Hafele i Richard E. Keating, pod nazivom "Around the World Atomic Clocks: Relativistic Time Gains Observed," su prezentovani rezultati eksperimenta sa cezijumskim časovnicima. Četiri takva časovnika se nalazilo u avionu tokom njegovog komercijalnog leta a njihov rad je upoređivan sa radom referentnog cezijumskog časovnika koji se nalazio na Zemlji. Rezultati su u nesumnjivom skladu sa predviđanjima specijalne teorije relativnosti a pokazivali su na to da su "leteći" časovnici kasnili 59 ± 10 ns dok je teorija predviđala da kašnjenje bude 40 ± 23 ns, što predstavlja prilično dobar sklad očekivanja i rezultata merenja.

- Primer 1. Jedna vrsta netabilnih elementarnih čestica, koje su nazvane mioni³⁰ (odnosno μ mezoni), nastaju u višim slojevima atmosfere prilikom sudara kosmičkog zračenja sa česticama vazduha. Prosečno vreme života miona³¹ je oko $2,2 \mu s$, mereno u njihovom sopstvenom sistemu reference (odnosno u sistemu u kome miruju ili se veoma sporo kreću u odnosu na njega).

Ako pretpostavimo da mioni nastaju na visini od oko 5 kilometara, kreću pravo ka Zemlji, brzinom od oko $0,99c$, raspadaju se nakon $2,2 \mu s$, izračunati da li će mion uspeti da stigne do površine Zemlje pre nego što se raspadne.

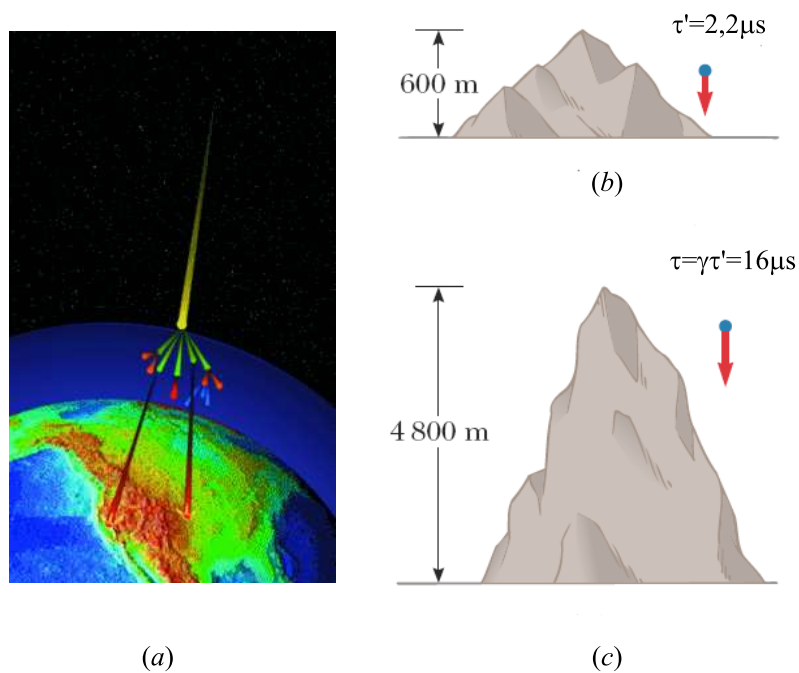
◊ Na prvi pogled put koji mioni mogu da predju pre nego što se raspadnu iznosi oko $l' = 600$ m, obzirom da je $l' = \tau' \cdot v = 2,2 \mu s \cdot 0,99 \cdot 3 \cdot 10^8$ m/s ≈ 600 m. Na osnovu ovoga bi moglo da se zaključi da do površine Zemlje ne bi mogao da dodje ni jedan mion nastao u gornjim slojevima Zemljine atmosfere jer bi se svi oni mnogo ranije raspali. Međutim, eksperimenti pokazuju da na površinu Zemlje stiže jako puno miona. Objašnjenje ove činjenice daje dilatacija vremena. U odnosu na posmatrača koji se nalazi na Zemlji, vreme života miona nije τ' već $\tau = \gamma\tau'$, gde je τ' vreme života miona u njegovom sopstvenom sistemu reference (koji putuje sa njim). Na primer, ukoliko mion ima brzinu od $v = 0,99c$, to znači da je brzina kretanja njegovog sistema reference u jednaka toj vrednosti i da je faktor $\gamma \approx 7,1$, pa je na osnovu toga $\gamma\tau' = 16 \mu s$. Na osnovu ovoga je srednje rastojanje koje je prešao mion, mereno u sistemu reference vezanom za Zemlju $l = \tau v = \gamma\tau'v \approx 4800$ m, što objašnjava činjenicu registrovanja velikog broja miona na zemlji.

- Primer 2. Period klatna, meren u njegovom sopstvenom sistemu reference iznosi 3,0 s. Koliki je period istog klatna merenog iz sistema reference koji se kreće u odnosu na klatno brzinom $0,95c$?

◊ Opisana situacija u kojoj se posmatrač kreće brzinom od $0,95c$ a sistem reference klatna miruje je ekvivalentna situaciji u kojoj se taj

³⁰Mioni imaju naelektrisanje jednako naelektrisanju jednog elektrona dok im je masa oko 207 puta veće od mase elektrona.

³¹Nakon isteka tog vremena (u proseku) mion se raspada na elektron, mionski neutrino i elektronski antineutrino.



Slika 6.8: (a) Nastanak kosmičkog zračenja u višim slojevima atmosfere. Proton koji nailazi na atmosferu je prikazan žutom bojom. "Pljusak" kosmičkog zračenja (zelena boja) nastaje usled njegove interakcije sa jezgrima molekula vazduha. Neke od tih čestica (uglavnom π mezoni) u raspadu proizvode mione (crvena boja). Iako se većina miona raspadne relativno brzo, puno njih ipak stigne do površine Zemlje. (b) Krećući se brzinom od $0,99c$ u svom sistemu reference, u kome mu je vreme života $2,2\mu\text{s}$, mion predje put od 600 m. (c) Mereno iz sistema reference vezanog za Zemlju, on prelazi put od 4800 m.

sistem reference kreće istom brzinom u odnosu na nepokretnog posmatrača (klatno je primer mehaničkog časovnika).

Sopstveno vreme, prema datim podacima, iznosi $\Delta t' = 3,0s$. U skladu sa jednačinom (6.13) pokretni sat radi sporije od nepokretnog a interval vremena izmeren u nepokretnom sistemu reference je

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,95c)^2}{c^2}}} \Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,902}} \Delta t' = 3,2 \cdot 3,0s = 9,6s.$$

Dobijeni rezultat pokazuje da je klatnu koje se kreće da bi napravilo jednu punu oscilaciju potrebno više vremena nego klatnu koje miruje.

- **Primer 3.** Krenuli ste na sastanak sa devojkom u drugi grad, vozeći automobil brzinom od 30 m/s. Ona očekuje da stignete za 3 sata. Zakasnili ste pola sata, pa kako ste čuli da se efekat vremenske dilatacije ispoljava pri velikim brzinama, odlučili ste da se pozovete na njega i da kažete kako je vaš sat pokazao da ste stigli za 3 sata ali pošto ste se kretali veoma brzo on je radio sporije od njenog. Medjutim, niste znali da je vaša devojka student fizike koji je upoznat sa specijalnom teorijom relativnosti i sa matematičkom analizom. Odvela vas je na kafu i na salveti izračunala koliko je trebalo da bude razlika u pokazivanju vašeg i njenog sata pod pretpostavkom da je vaš zaista pokazao da ste putovali 3 sata navedenom brzinom. Kako je izgledao njen račun?

◊ Ona je verovatno prvo morala da izračuna vrednost faktora γ koji je prema (6.14)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(3 \cdot 10^2 m/s)^2}{(3 \cdot 10^8 m/s)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 10^{-14}}}.$$

Na ovom mestu ste pokušali da je odobrovoljite rekaši da ćete na dig-itronu da izračunate vrednost dobijenog korena. Pustila vas je da se mučite i da se zaprepastite kada ste za γ dobili rezultat 1 koji vam nije išao u prilog. Nakon toga je razvila binom i ograničila se samo na prva dva sabirka

$$\gamma = (1 - 10^{-14})^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}(10^{-14}) = 1 + 5,0 \cdot 10^{-15}.$$

Iz navedenog rezultata se pokazalo da se za tipične brzine automobila ovaj faktor ne razlikuje mnogo od 1. Primena jednačine (6.13) je

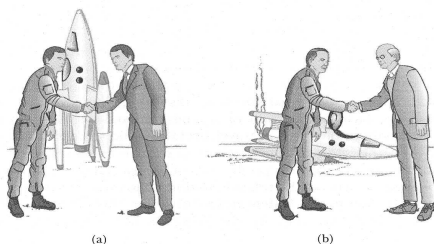
pokazala koliko je vreme ona izmerila, u slučaju da je vaš sat izmerio $\Delta t' = 3 \text{ h}$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = (1 + 5,0 \cdot 10^{-15})(3 \text{ h}) = 3 \text{ h} + 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ h} = 3 \text{ h} + 0,054 \text{ ns}.$$

Dakle, njen sat je, usled relativističkih efekata, išao ispred vašeg 0,054 ns!

Paradoks blizanaca

Jedna od veoma intrigantnih konsekvenci dilatacije vremena je takozvani *paradoks blizanaca*. Razmotrimo jedan eksperiment u kome učestvuju dva brata blizanca. Kada su imali po 20 godina jedan od njih, sklon avanturama, odlazi na kosmičko putovanje na Planetu X, udaljenu 20 svetlosnih godina od Zemlje.³² Neka je kosmički brod, kojim putuje, sposoban da se kreće brzinom od $0,95c$ u odnosu na inercijalni sistem reference vezan za Zemlju. Nakon što je stigao na Planetu X, krenuo je odmah nazad ka Zemlji istom brzinom. Kada je došao na Zemlju, bio je šokiran činjenicom da je njegov brat ostareo 42 godine i da sada ima 62 godine. On sam je u međuvremenu ostareo svega 13 godina.



Slika 6.9: (a) Kada je jedan blizanac otputovao sa Zemlje bili su jednako stari, (b) Kada se vratio sa putovanja bio je mlađi od blizanca koji je ostao na Zemlji.

Sada se možemo malo poigrati pojmom relativnost i zapitati se koji se blizanac u stvari kretao i da li je uopšte logično da je neki od njih više ostareo. Razlog je taj što, gledano iz sistema reference blizanca koji je ostao na zemlji, on je mirovao a njegov brat je putovao i to prilično velikom brzinom. Iz

³²Jedna svetlosna godina je rastojanje koje svetlost predje u vakuumu za vreme od jedne kalendarske godine.

perspektive pak onoga koji je bio u kosmičkom brodu, kosmički brod je bio u stanju mirovanja a Zemlja se, najpre udaljavala od broda 6,5 godina a potom mu se približavala jednakom brzinom narednih 6,5 godina. Čini se da bi trebalo da dodjemo do zaključka da ne bi trebalo da bude razlike u njihovim godinama.

Da bi razrešili paradoks, podsetimo se da se specijalna teorija relativnosti odnosi na pojave i procese koji se odvijaju u **inercijalnim sistemima reference**, odnosno onima koji se kreću jedan u odnosu na drugi uniformno. Da li su sistemi vezani za Zemlju i brod sve vreme inercijalni i da li su stoga potuno ravnopravni? Dublja analiza pokazuje da to nije tako i da nema simetrije u opisivanju protoka vremena u ovim sistemima.

Osim toga, blizanac koji je otputovao brodom, da bi dostigao brzinu od $0,95c$ morao je da se ubrzava, na kraju prvog dela puta da uspori, okrene brod, ponovo ubrza a na kraju puta da uspori brod što znači da on nije sve vreme bio u inercijalnom sistemu reference pa je primena specijalne teorije relativnosti vezano za njegov sistem reference neosnovana. Naime, on ne može da kaže da je on u sistemu reference koji miruje dok se blizanac koji je ostao na Zemlji kreće uniformno pravolinijski u odnosu na njega (u fazama putovanja kada je njegov brod ubrzavao).

Dakle, zaključak da je blizanac u brodu u neinercijalnom sistemu reference je neizbežan. Takodje se može zaključiti da su njihovi sistemi reference zapravo u relativnom međusobnom ubrzavanju, međjutim ubrzanje koje dobija brod je rezultat realne sile koja deluje na njega. Blizanac koji je putovao brodom bi mogao da kaže kako je interval vremena u toku koga je njegov brod ubrzavao relativno mali u odnosu na ukupno vreme putovanja pa je tako većinu vremena ipak proveo u inercijalnom sistemu reference - i tu bi bio potpuno u pravu. Međjutim, kada dodje do planete X, on mora da zaustavi brod, okrene ga nazad i saopšti mu brzinu jednaku onoj koju je imao do tada ali suprotnog smera. Od tog momenta on se nalazi u **drugom sistemu reference!** To znači da jedino brat blizanac koji je ostao na Zemlji ima pravo da primenjuje formulu za dilataciju vremena (6.13) jer je jedino iz njegovog sistema reference je ona tačna. Na osnovu nje sledi, da ako su na Zemlji protekle 42 godine u svemirskom brodu je proteklo

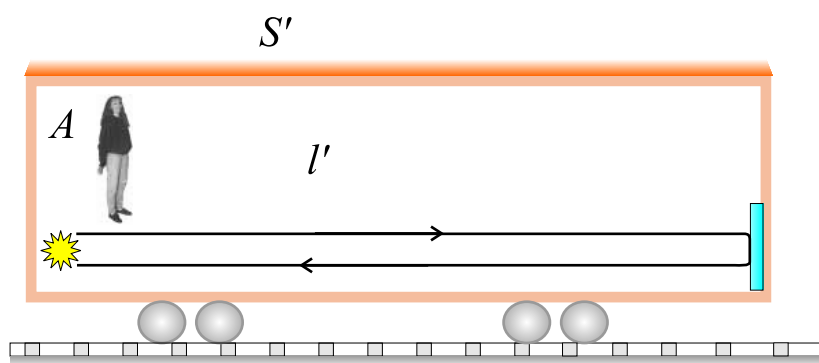
$$\Delta t' = 42g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 13g,$$

odnosno kosmički brod je (mereno na satu koji se nalazi u njemu) potrošio 6,5 godina da ode do planete X i još toliko da se vrati.

6.4.3 Kontrakcija dužina

Iz dosadašnjeg razmatranja je jasno da jedna od veličina, oko čijeg iznosa posmatrači iz različitih referentnih sistema mogu da se slože, je relativna brzina njihovih inercijalnih sistema reference. I dok im satovi, kao što smo videli, pokazuju različite vremenske intervale između istih događaja, oni će biti saglasni da je relativna brzina njihovih sistema, koja je jednaka količniku rastojanja inercijalnih sistema reference i vremenskog intervala za koji su se udaljili jedan od drugog (pretpostavljajući da su im se u početku merenja vremena koordinatni počeci poklapali) jednaka. Kako je ona količnik rastojanja između sistema (pod navedenim uslovima) i vremenskog intervala (koji zavisi od toga iz kog sistema reference ga merimo), jasno je da i predjeno rastojanje mora da zavisi od relativnog kretanja posmatrača. Jer ukoliko dva posmatrača mere različita vremena, onda oni moraju da mere i različite dužine - da bi relativna brzina ostala ista za obojicu.

Razmotrimo sledeću situaciju. Osoba A se nalazi u vagonu dužine l' mereno iz njenog (sopstvenog) sistema reference (iz sistema reference vezanog za vagon), dok se osoba B nalazi van vagona, pored pruge. Izvor svetlosti se nalazi na zadnjoj strani vagona (slika 6.10), dok se ogledalo nalazi na prednjoj. Vagon se kreće brzinom u u odnosu na Zemlju. Izvor emituje svetlost koja se kreće ka ogledalu, odbija se od njega i odlazi natrag ka izvoru.



Slika 6.10:

U sistemu reference osobe A (slika 6.10), vreme potrebno svetlosti da predje opisani put je

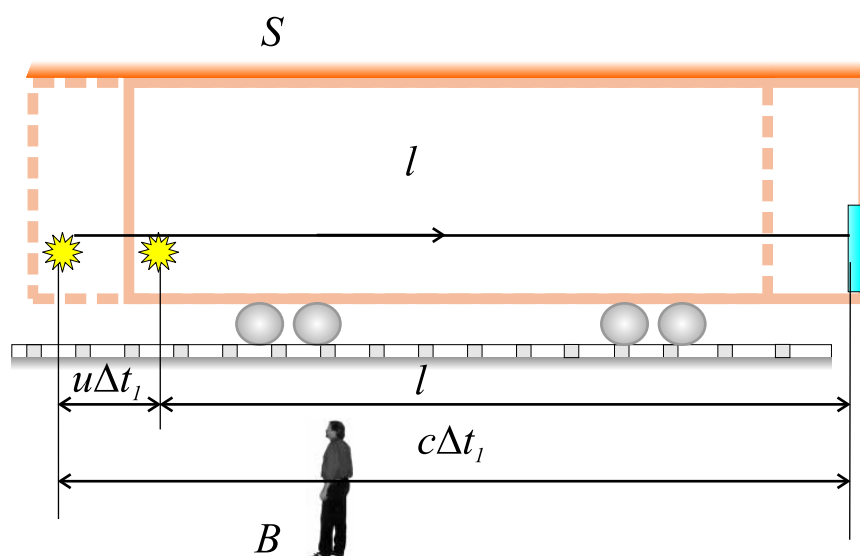
$$\Delta t_A = \frac{2l'}{c}. \quad (6.15)$$

Gledano iz sistema reference osobe B , situacija je nešto komplikovanija. Neka je dužina vagona merena iz njega l . Posmatrano iz tog sistema, za vreme t_1 , za koje je svetlosni zrak došao do ogledala, obzirom da se ceo vagon, krećući se brzinom u pomerio na rastojanje ut_1 , svetlosni zrak je prešao

$$c\Delta t_1 = l + u\Delta t_1, \quad (6.16)$$

odakle je vreme Δt_1

$$\Delta t_1 = \frac{l}{c - u}. \quad (6.17)$$



Slika 6.11: Predjeni put svetlosti, od izvora do ogledala, je uvećan za put koji je prešao vagon krećući se brzinom u .

Nakon odbijanja, obzirom da se vagon kreće suprotno od zraka svetlosti, on je za Δt_2 prešao put

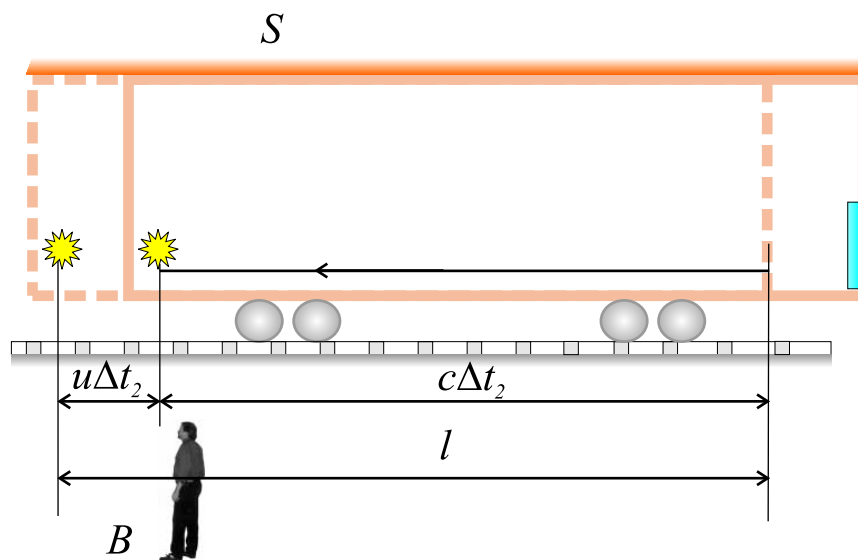
$$c\Delta t_2 = l - u\Delta t_2, \quad (6.18)$$

što znači da je ovo vreme

$$\Delta t_2 = \frac{l}{c + u}. \quad (6.19)$$

Ukupno vreme, mereno iz sistema osobe B , je zbir ova dva vremena

$$\Delta t_B = \Delta t_1 + \Delta t_2 = l \left[\frac{1}{c - u} + \frac{1}{c + u} \right] = \frac{2lc}{c^2 - u^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}. \quad (6.20)$$



Slika 6.12: Predjeni put svetlosti, od ogledala do izvora, je umanjen za put koji je prešao vagon krećući se brzinom u .

Iskoristimo li relaciju za dilataciju vremena (6.13), koja primenjena na oznake korišćene ovde glasi

$$\Delta t_B = \frac{\Delta t_A}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

i zamenimo u jednačinu (6.20), imajući u vidu da važi i relacija (6.15), dobijamo

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{l'}{\gamma}. \quad (6.21)$$

Kako je faktor $\gamma > 1$, jasno je da će posmatrač B za dužinu voza izmeriti l , pri čemu je ta dužina veća od dužine voza (sopstvene dužine) merene u sistemu reference vezanog za sam voz. Drugim rečima uvek je $l > l'$, gde je sa l' označena sopstvena dužina tela. Efekat je poznat pod nazivom **kontrakcija dužine**.