De Broljevi talasi

Mitrović Milena

Uvod

Čestice su sve do dvadesetih godina ovog veka tretirane samo kao klasične čestice. Tako je de Brolj 1923.godine,podstaknut dualizmom svetlosti,došao na ideju da taj dualizam proširi i na čestice. Tako je postavio hipotezu:

Svakoj čestici koja se kreće nekom brzinom,odnosno koja poseduje određeni impuls, može se pridružiti talas.

Izraz za de Broljevu talasnu dužinu važi i za relativističku i za ne relativističku česticu.

1. De Broljeva hipoteza

Foton, nosilac elektromagnetnog polja , osim što se ponaša kao talas (poseduje talasna svojstva) ponaša se i kao čestica (poseduje čestična svojstva)

Zbog toga se kaže da foton ima dvojako ponašanje (talasno i korpuskularno), tj. da je dualne prirode.

Energija fotona posmatranog kao talas je:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

a kao čestica:

$$E = m_f c^2$$

što predstavlja dobro poznati Ajnštajnov izraz za energiju relativističke čestice, gde su ν i λ frekvenca i talasna dužina fotona (talasa čiji je on nosilac), redom, *mf* masa fotona, a *c* njegova brzina, koja ujednopredstavlja najveću moguću brzinu u prirodi

Ne postoji foton koji se nalazi u miru već samo kada se kreće i njegov impuls je:

$$p_f = m_f \cdot c$$

Na osnovu dualne prirode fotona, de Brolj je postavio svoju hipotezu po kojoj sva tela poseduju dualnu prirodu: ponašaju se i kao čestice i kao talasi. To znači da se svakom telu mase *m*, koje se kreće brzinom *v* može pridružiti jedan talas čija se talasna dužina može odrediti iz izraza:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Primeri...

Talasna dužina de Broljevih talasa u slučaju elektrona ne može se zanemariti (sa smanjenjem brzine talasna dužina raste). Na osnovu ovih primera se može izvesti generalni zaključak o granici primene kvantne mehanike, Očigledno da je granični uslov, kada se sa kvantne prelazi na klasičnu mehaniku, upravo onaj koji je vezan sa talasnim svojstvom čestice (tela). Naime, ukoliko talasna dužina de Broljevih talasa teži nuli onda se sa kvantne prelazi na klasičnu mehaniku.

2. Osobine de Broljevih talasa

Neka se mikročestica mase *m* kreće brzinom *v*. Potrebno je da se za ovakvu česticu izračuna fazna i grupna brzina de Broljevih talasa. Prema klasičnoj talasnoj teoriji fazna brzina de Broljevih talasa je:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}$$

gde je $k = \frac{1}{\lambda}$

Grupna brzina de Broljevih talasa jednaka je brzini čestice.

S obzirom da i mikročetice ispoljavaju dualnu prirodu činjeni su napori da se povežu njihova talasna sa korpuskularnim svojstvima. Medjutim, ti napori nisu urodili plodom. Naime, mikročestica ne može da bude ravan monohromatski talas, pošto je takav talas neograničen, a čestica je lokalizovana u prostoru i vremenu, tj. u odredjenom trenutku zauzima odredjeno mesto u prostoru

Zato se došlo na ideju da se mikročestica razmatra kao talasni "paket" koji se sastoji od velikog broja talasa čiji se talasni brojevi veoma malo medjusobno razlikuju i koji može biti ograničen na proizvoljno mali prostor. Da li se mikročestica može posmatrati kao talasni paket? Izgledalo bi da ovakva hipoteza nalazi svoju potvrdu u osobini de Broljevih talasa da je njihova grupna brzina (brzina kojom se pomera maksimum talasnog paketa) jednak brzini čestice.

prikazivanje čestice pomoću talasnog paketa nije dobro jer se talasni paket pri kretanju u disperzivnoj sredini brzo "rasplinjava"

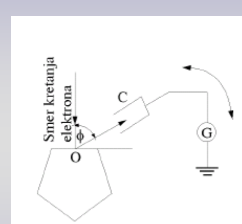
Sada ćemo naći vezu između učestanosti de Broljevih talasa i komponenata talesnog vektora (zakon disperzije) U tom cilju prvo ćemo uspostaviti između ν i k relaciju za opšti slučaj korpuskula, koje se kreću relativističkim brzinama,primenom poznate relativističke formule za vezu između impulsa i energije

$$\frac{E^2}{c^2} = m_0^2 c^2 + \overrightarrow{p}^2 = m_0^2 c^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2).$$

3. Eksperimentalna potvrda de Broljevih talasa. Bragova metoda

De Broljeva hopoteza je u veoma kratkom roku sjajno potvrđena eksperimentima. Upravo bilo je pokazano da mlazevi elektrona , protona i celih atoma pokazuju interferentne pojave slično svetlosti ili x- zracima.

Pošto čestica za koju se, po de Brolju, očekuje da poseduje talasna svojstva mora da pokazuje difrakciju, to je iskorišćeno za proveru de Broljeve hipoteze.

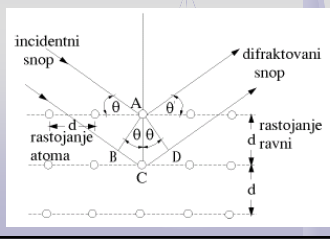


- Na slici je prikazan eksperiment pomoću koga je proveravana difrakcija elektrona na kristalu nikla, i na taj način je potvrdjeno njihovo talasno svojstvo. Kristal nikla je upotrebljen zbog toga što je rastojanje u njegovoj kristalnoj rešetki bilo reda veličine talasne dužine upadnih elektrona, što je uslov za pojavu difrakcije.

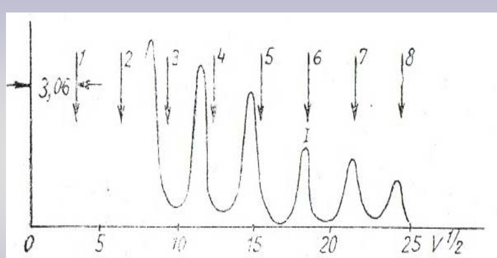
Do difrakcije na kristalnoj rešetki dolazi ako je ispunjen Wulf-Bragov uslov za difrakciju:

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin\theta$$

Na sledećoj slici prikazan je dvodimenzioni izgled kubične strukture kristalne rešetke

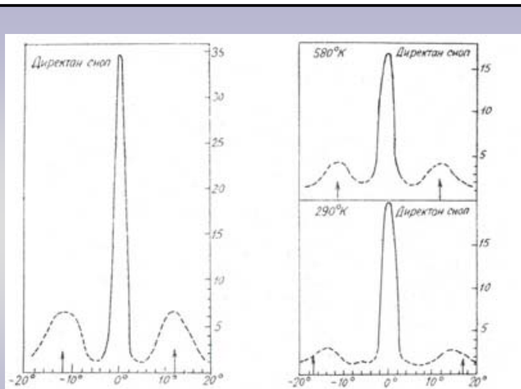


Na slici je pokazana kriva dobijena sa monokristalom nikla pri određenim uslovima ($\theta = 80^0, d = 2.03\mathring{A}$). Kao što se moze videti, sasvim jasno je izraženo periodično ponavljanje maksumuma. Na slici su strelicama pokazani položaji maksimuma izračunati pomoću Brag-Vulfove formule $V^{1/2} = n\frac{12.25}{2d\sin\theta}$ Poređenje sa položajima maksimuma sa eksperimentalno određene krive pokazuje da za velike vrednosti n (n=7,8) postoji tačno podudaranje, dok za manje vrednosti n ispoljava se odstupanje i to utoliko veće, ukoliko je manje n.



4. Interferencione pojave sa molekulskim mlazevima

- Prema de Broljevoj hipotezi talasnim osobinama ne treba da se odlikuju samo elektroni nego i ma koje korpuskule, tj. atomi i joni. Pošto je prema de Broljevoj formuli talasna dužina obrnuto proporcionalna masi, to će već i za najlakše atome λ biti vrlo malo. Zato se vrlo teško ostvariju eksperimenti u kojima mogu da se posmatraju interferencione pojave sa atomima. Znatno poboljšanje tehnike u radu sa tzv. molekulskim mlazevima, tj. upravljenim strujama neutralnih atoma ili molekula, omogućilo je da se u tom slićaju jasno zapaze interferencione pojave.



Na prvoj slici pokazana je kriva intenzivnosti refliksije heliumovih atoma sa kristala natrijum hlorida

A na drugoj slici pokazane su iste krive za refleksiju molekula H_2. U jednom i u drugom slićaju vide se interferencioni maksimumi.

Gornja kriva na drugoj slici snimljena je pri temperaturi od 5800 K, a donja kriva pri temperaturi od 2900 K. U prvom slučaju bočni maksimumi bliži su centralnom maksimumu, kao što je trebalo očekivati, uzimajući u obzir da povišenje temperature označava uvećanje brine atoma, a prema tome i smanjenje de Brojeve talasne dužine.

Proračun položaja maksimuma daje rezultate, koji se vrlo dobro slažu sa eksperimentalnim podacima. Na taj način, eksperimenti sa molekulskim mlazevima ne samo da kvalitativno potvrđuju talasne osobine delića, nego pokazuju da i u slučaju teškoh delića postoji kvantitativno slaganje sa de Broljevom formulom.

Postojanje talasnih osobina i ispravnost de Broljeve formule za teške korpuskule naročito jasno je pokazalo eksperimentalno proučavanje difrakcije neutrona.

5. Talasni paket i korpuskula

- Ma koliko privlačno izgledala ova jednostavna ideja, pri podrobnijem razmatranju ona se pokazije kao potpuno neispravna. One povoljne osobine talasnog paketa, koje smo utvrdili , a to su njegova stabilnost i kretanje paketa kao celina sa brzinom jednakoj grupnoj brzini, ne daju potpunu sliku o osobinama talasnog paketa. U stvari, ove osobine dobili smo kao prvu aproksimaciju, jer smo pri proučavanju pomeranja telasnog paketa u primenili približnu relaciju između v i k ,

$$v(k) = v(k_0) + (k - k_0)\left(\frac{dv}{dk}\right)_0 ,$$

zanemarujući sve ostale članove reda. Ako se sprovede tačno izračunavanje, dobiće se nešto drugačiji rezultat.

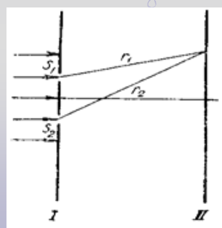
sam paket, pri kretanju u sredini, koja se odlikuje disperzijom, ne zadržava svoj oblik i svoje dimenzije nego se postepeno širi-rasplinjava.

6.Statističko tumačenje de Broljevih talasa

- Talasi se ne odlikuju osobinom nedeljivosti. Na granici dveju sredina sa različitom faznom brzinom talas se deli na odbijeni i prelomljeni talas, pri prolaženju kroz kristal on se deli na niz difrakcionih snopova itd. . Kada bismo elektron posmatrali kao skup talasa, bilo bi potrebno da, pri difrakciji vrlo slabog elektronskog mlaza, kad elektroni prolaze kroz kristal jedan za drgim, svaki difrakcioni snop sadrži samo deo elektrona, što se ustvari ne dešava.

Međutim, ako se korpuskula održi kao celina i u takvim procesima kao što su odbijanje, prelamanje i difrakcija, možemo tvrditi da će se pri padu na graničnu površinu dveju sredina korpuskula ili odbit ili preći u drugu sredinu. Ali, u takvom slučaju veza između talasa i korpuskula može da se protumači samo statistički i to na sledeći način: kvadrat amplitude talasa, koji određuje intenzitet talasa na nekom mestu, pedstavlja meru za *verovatnoću* da se na tom mestu nađe korpuskula.

Da bismo bolje objasnili ovo tumačenje, razmotrićemo tipičan interferencioni ogled: ravan talas pada na neprozračni zaklon u kome postoje dva otvora S1 i S2 . U tom slučaju na dovoljno udaljenom prijemniku (fotografska ploča, fluorescentni zaklon) nastaće interferenciona slika, koja se sastoji od niza svetlih i tamnih traka. Poznato je objašnjenje ove slike sa talasne tačke gledišta: treba zamisliti da s leve strane na zaklon I pada ravan talas; otvori S1 i S2 postaju u tom slučaju izvori sfernih Hajgensovih talasa, koji se prostiru udesno od ekrana i međusobno interferišu. Na onom mestu na zaklonu II, na kome je putna razlika jednaka nuli ili parnom broju polovina talasnih dužina nastaće maksimalna amplituda pa, prema tome, i maksimum svetle trake; na onim mestima na kojima je putna razlika jednaka neparnom broju polovina talasnih dužina, talasi se pri interferenciji izajamno gase, amplituda je jednaka nuli i nastaje tamna traka.



- Ukoliko usvojimo ovakvo statističko tumačenje de Broljevih talasa možemo idalje da se služimo talasnim paketima kao podesnom metodom rasuđivanja. Obrazovaćemo talasni paket tako da on zauzima onaj deo prostora u kome se nalazi elektron u nekom određenom trenutku i prepustićemo paket sebi samom. Ako zatim nađemo oblik talasnog paketa u nekom narednom trenutk t , kvadrat njegove amplitude na jednom ili drugom mestu biće srazmeran verovatnoći da se elektron nađe na tom mestu u trenutku t .

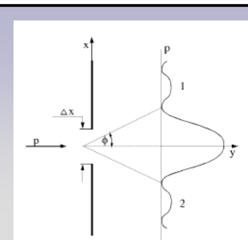
7. Relacije neodređenosti

Statističko tumačenje de Broljevih talasa, , omogućava da se povežu rezultati dobijeni teorijskim putem sa eksperimentalnim činjenicama Mađutim ovo ostavlja po strani pitanje o prirodi mikroskopskih objekata: elektrona, fotona i slično. Osnovna teškoća sastoji se u tome što za opisivanje eksperimentalnih činjenica moramo da primenimo čas korpuskularnu čas talasnu sliku. Jedni isti objekti, elektroni, ostavljaju u ogledu sa Vilzonovom komorom oštre ocrtane tragove, tj. ponašaju se kao projektili, koji se kreću po određenim trajektorijama a u ogledima, u kojima se propuštaju kroz mikrokristalne metalne listiće, daju svetle i tamne interferencione prstenove .

Međutim, pošto osobine talasa i delića ne samo da se mnogo razlikuju već se u izvesnom pogledu i uzajamno isključuju, a nesumljivo je da elektroni imaju jednu jedinstvenu prirodu, mora se izvesti zaključak da elektroni nisu ustvari ni jedno ni drugo, tako da talasno i korpuskularno prikazivanje u nekim slučajevima odgovaraju dok su u drugim slučajevima nepodesni. Sada ćemo ispitati kakva su to ograničenja. U klasičnoj mehanici korpuskule imaju sledeće osnovne osobine: svaka korpuskula ma u kom trenutku zauzima strogo određen polozaj u prostoru i ima određeni impuls $(m_0 \neq 0, p = mv)$

Prema Hajzenbergu proizvodi apsolutnih grešaka (neodređenosti) tih veličina moraju da zadovoljavaju sledeće uslove:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$
$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar,$$
$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar.$$



Sada je potrebno pokazati da princip neodređenosti zaista proizilazi iz talasnih osobina čestica. U tom cilju posmatraće se sledeći ogled sa elektronima kao najtipičnijim predstavnicima kvantnih čestica

Snop upadnih elektrona pada na otvor širine koji je normalan na pravac kretanja snopa, i pri tome je njegova dimenzija reda veličine talasne dužine de Broljevih talasa elektrona. Pošto elektroni pored čestičnih ispoljavaju i talasna svojstva, pri prolasku kroz otvor oni skreću sa svog prvobitnog pravca (nastupa difrakcija). Na fluorescentnom zaklonu P se dobije difrakciona slika u obliku glavnog maksimuma, koji je simetričan u odnosu na *y*-osu, i bočnih manjih maksimuma sa obe strane od glavnog maksimuma Pre prolaska kroz otvor elektroni su se kretali duž *y*-ose, pa je komponenta njihovih impulsa u pravcu *x*-ose bila jednaka nuli , a u pravcu *y*-ose: $p_y = p$

- Uočimo sada elektrone koji su skrenuli pod uglom koji odgovara prvom difrakcionom minimumu na slici. Sa slike se može videti da je promena impulsa tih elektrona u pravcu *x*-ose:

$$\Delta p_x = p \sin\phi \Rightarrow \sin\phi = \frac{\Delta p_x}{p}.$$

a koristeći de Broljev izraz $p\lambda = h$ dobija se:

$$\Delta x \Delta p_x = h = 2\pi\hbar \geq \hbar,$$

što je u saglasnosti sa prvom Hajzenbergovom relacijom neodređenosti za koordinate .

Nemogućnost da se istovremeno odredi koordinata i njoj odgovarajuća komponenta impulsa nije posledica nesavršenosti metode merenja ili mernog instrumena već je to posledica specifičnosti čestica da istovremeno raspolažu čestičnim i talasnim svojstvima, zbog čega se na njih ne mogu primeniti zakoni klasične fizike. Relacije neodredjenosti, pored ostalog, omogućavaju da se oceni u kojoj meri mogu da se primene zakoni klasične mehanike na kvantne čestice.

- Na kraju za mikročetice dobijamo Hajzenbergove relacije neodređenosti,

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2} \approx h$$

Što je određeniji impuls, to je neodređenija koordinata. I one važe uvek.

HVALA